

PROBLEMAS DE PROBABILIDAD RESUELTOS

Problema 5.5.2 (2,5 puntos) En una tienda se hace un estudio sobre la venta de dos productos A y B a lo largo de un mes. La probabilidad de que un cliente compre el producto A es de un 62% y la de que compre el producto B es de un 40%. Se observa, además, que el 12% de los clientes compran al mismo tiempo el producto A y el producto B . Se pide:

- a) (0,75 puntos) Calcular la probabilidad de que un cliente haya comprado el producto A sabiendo que no ha adquirido el producto B .
- b) (0,75 puntos) Calcular la probabilidad de que un cliente no compre ni el producto A ni el producto B .
- c) (1 punto) Sabiendo que a lo largo de un mes visitan la tienda 3000 personas, calcular, utilizando la aproximación de la distribución binomial mediante la distribución normal, cuál es la probabilidad de que compren el producto B más de 1250 personas.

Solución:

Tenemos $P(A) = 0,62$, $P(B) = 0,4$ y $P(A \cap B) = 0,12$

$$a) P(A|\bar{B}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} = \frac{0,62 - 0,12}{1 - 0,4} = 0,8333$$

$$b) P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B)) = 1 - (0,62 + 0,4 - 0,12) = 0,1$$

Problema 4.6.7 (2,5 puntos) Sabiendo que $P(A|B) = \frac{1}{3}$, $P(B|A) = \frac{1}{14}$ y $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{7}{15}$, se pide:

<http://www.musat.net>

- a) (1,5 puntos) Probar razonadamente que $P(A \cap B) = \frac{1}{30}$
- b) (1 punto) Calcular $P(A)$ y $P(B)$.

Solución:

$$a) P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = \frac{7}{15} \implies P(A \cup B) = \frac{8}{15}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \implies P(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A|B)}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \implies P(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B|A)}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) =$$

$$\frac{P(A \cap B)}{P(B|A)} + \frac{P(A \cap B)}{P(A|B)} - P(A \cap B) = P(A \cap B) \left(\frac{1}{P(A|B)} + \frac{1}{P(B|A)} - 1 \right) \implies \frac{8}{15} = P(A \cap B)$$

$$B) \left(\frac{1}{1/3} + \frac{1}{1/14} - 1 \right) \implies \frac{8}{15} = 16P(A \cap B) \implies$$

$$P(A \cap B) = \frac{8}{15 \cdot 16} = \frac{1}{30}$$

$$b) P(A) = \frac{1/30}{1/14} = \frac{7}{15}$$

$$P(B) = \frac{1/30}{1/3} = \frac{1}{10}$$

Problema 4.7.2 (2,5 puntos) Se tiene un suceso A de probabilidad $P(A) = 0,3$.

- (0,75 puntos) Un suceso B de probabilidad $P(B) = 0,5$ es independiente de A . Calcule $P(A \cup B)$.
- (0,75 puntos) Otro suceso C cumple $P(C|A) = 0,5$. Determine $P(A \cap \bar{C})$.
- (1 punto) Si se tiene un suceso D tal que $P(\bar{A}|D) = 0,2$ y $P(D|A) = 0,5$, calcule $P(D)$.

Solución:

- Como A y B son independientes tenemos $P(A \cap B) = P(A)P(B) = 0,3 \cdot 0,5 = 0,15$
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,3 + 0,5 - 0,15 = 0,65$

$$b) P(C|A) = 0,5 = \frac{P(C \cap A)}{P(A)} \implies P(C \cap A) = 0,5 \cdot 0,3 = 0,15$$

$$P(A \cap \bar{C}) = P(A) - P(C \cap A) = 0,3 - 0,15 = 0,15$$

$$c) P(D|A) = \frac{P(D \cap A)}{P(A)} = 0,5 \implies P(D \cap A) = 0,5 \cdot 0,3 = 0,15$$

$$P(\bar{A}|D) = \frac{P(\bar{A} \cap D)}{P(D)} = \frac{P(D) - P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{P(D) - 0,15}{P(D)} = 0,2 \implies$$

$$P(D) - 0,15 = 0,2P(D) \implies P(D) = \frac{0,15}{0,8} = 0,1875$$

Problema 4.6.5 (2,5 puntos) Una empresa comercializa tres tipos de productos A , B y C . Cuatro de cada siete productos son de tipo A , dos de cada siete productos son de tipo B y el resto lo son de tipo C . A la exportación se destina un 40% de los productos tipo A , un 60% de los productos tipo B y un 20% de los productos tipo C . Elegido un producto al azar, se pide:

- (1,25 puntos) Calcular la probabilidad de que el producto sea destinado a la exportación.
- (1,25 puntos) Calcular la probabilidad de que sea del tipo C sabiendo que el producto es destinado a la exportación.

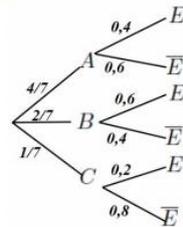
Solución:

A producto A , B producto B , C producto C , E exportación y \bar{E} no exportación.

$$a) P(E) = P(E|A)P(A) + P(E|B)P(B) + P(E|C)P(C) =$$

$$= 0,4 \cdot \frac{4}{7} + 0,6 \cdot \frac{2}{7} + 0,2 \cdot \frac{1}{7} = 0,4286$$

$$b) P(C|E) = \frac{P(E|C)P(C)}{P(E)} = \frac{0,2 \cdot \frac{1}{7}}{0,4286} = 0,0667$$



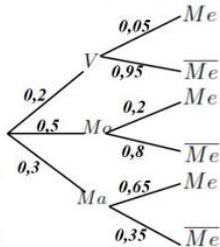
Problema 4.6.3 (2,5 puntos) De una cesta con 6 sombreros blancos y 3 negros se elige uno al azar. Si el sombrero es blanco, se toma, al azar, un pañuelo de un cajón que contiene 2 blancos, 2 negros y 5 con cuadros blancos y negros. Si el sombrero es negro, se elige, al azar, un pañuelo de otro cajón que contiene 2 pañuelos blancos, 4 negros y 4 con cuadros blancos y negros. Se pide:

Problema 4.6.4 (2,5 puntos) Una *influencer* famosa publica en su Instagram un 20% de fotografías dedicadas a viajes, un 50% referentes a temas de moda y el resto sobre maternidad. El 5% de las publicaciones de viajes reciben menos de 20 000 *Me gusta* y lo mismo ocurre con el 20% de las de moda y con el 35% de las que tratan asuntos de maternidad. Elegida una fotografía al azar, se pide:

- (1,25 puntos) Determinar la probabilidad de que tenga más de 20 000 *Me gusta*.
- (1,25 puntos) Si tiene menos de 20 000 *Me gusta*, calcular la probabilidad de que el tema tratado en ella haya sido sobre viajes.

Solución:

Sean V fotografías de viajes, Mo fotografías de moda, Ma fotografías de maternidad, Me menos de 20000 *Me gusta* y \overline{Me} menos de 20000 *Me gusta*.



a) $P(\overline{Me}) = P(\overline{Me}|V)P(V) + P(\overline{Me}|Mo)P(Mo) + P(\overline{Me}|Ma)P(Ma) = 0,95 \cdot 0,2 + 0,8 \cdot 0,5 + 0,65 \cdot 0,3 = 0,785$

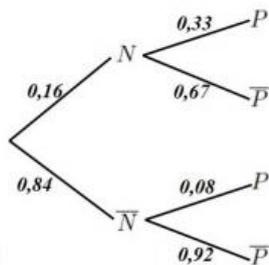
b)
$$P(V|Me) = \frac{P(Me|V)P(V)}{P(Me)} = \frac{0,05 \cdot 0,2}{1 - 0,785} = 0,0465$$

Problema 4.5.2 (2,5 puntos) Una estación de medición de calidad del aire mide niveles de NO_2 y de partículas en suspensión. La probabilidad de que en un día se mida un nivel de NO_2 superior al permitido es 0,16. En los días en los que se supera el nivel permitido de NO_2 , la probabilidad de que se supere el nivel permitido de partículas es 0,33. En los días en los que no se supera el nivel de NO_2 , la probabilidad de que se supere el nivel de partículas es 0,08.

- (0,5 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que en un día se superen los dos niveles permitidos?
- (0,75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que se supere al menos uno de los dos?
- (0,5 puntos) ¿Son independientes los sucesos "en un día se supera el nivel permitido de NO_2 " y "en un día se supera el nivel permitido de partículas"?
- (0,75 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que en un día se supere el nivel permitido de NO_2 , sabiendo que no se ha superado el nivel permitido de partículas?

Solución:

N : supera los niveles de NO_2 y P : supera los niveles partículas.



a) $P(N \cap P) = P(N)P(P|N) = 0,16 \cdot 0,33 = 0,0528$
 b) $P(P) = P(P|N)P(N) + P(P|\overline{N})P(\overline{N}) = 0,33 \cdot 0,16 + 0,08 \cdot 0,84 = 0,12$
 $P(N \cup P) = P(N) + P(P) - P(N \cap P) = 0,16 + 0,12 - 0,0528 = 0,2272$

c) $P(N) \cdot P(P) = 0,16 \cdot 0,12 = 0,0192 \neq P(N \cap P) \implies N$ y P no son independientes.

d) $P(N|\overline{P}) = \frac{P(\overline{P}|N)P(N)}{P(\overline{P})} = \frac{0,67 \cdot 0,16}{1 - 0,12} = 0,122$