

Unidad 4 División y factorización de polinomios

FICHA DE

CONSOLIDACIÓN



División de polinomios

1. Realiza las siguientes divisiones de monomios.

- a) $2x^3 : x$ c) $5x^4 : 2x^3$ e) $x^5 : 2x^3$ g) $14x^6 : (-7x^6)$
b) $-x^5 : x^2$ d) $7x^2 : x^2$ f) $-5x^3 : (-4x)$ h) $-4x^7 : 4x^7$

2. Dados los polinomios $P(x) = 2x^5 - 6x^4 + 3x^3$, $Q(x) = -5x^3 + 10x^2$ y $R(x) = -3x^2 + 6x^3$ calcula:

- a) $P(x) : x^3$ c) $P(x) : (-3x^3)$ e) $Q(x) : 5x$ g) $R(x) : (-x^2)$
b) $P(x) : 2x^2$ d) $Q(x) : (-5x^2)$ f) $R(x) : (-3x^2)$ h) $R(x) : 6x$

3. Calcula el cociente y el resto de las siguientes divisiones.

- a) $(2x^3 - x^2 + 5x - 1) : (x^2 + 1)$ c) $(x^3 - x^2 - x + 3) : (x^2 + x + 1)$
b) $(2x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x) : (x^3 + x)$ d) $(x^7 + 2x^6 + x^5 + 2x^4 + x^3 + 2x^2 - x) : (x^2 + 2x)$

4. Utiliza la regla de Ruffini para efectuar las siguientes divisiones. Identifica el cociente y el resto.

- a) $(x^5 - 4x^4 + 5x^3 + 3x^2 - 2x + 3) : (x - 3)$ d) $(x^4 + 16) : (x + 1)$
b) $(x^3 - 1) : (x - 1)$ e) $(2x^3 - 2x + 4) : (x - 3)$
c) $(2x^3 - 3x + 2) : (x + 2)$ f) $(x^2 - 4x + 4) : (x - 2)$

5. Utiliza la regla de Ruffini para realizar las siguientes divisiones exactas. Expresa el dividendo como divisor por cociente.

- a) $(x^3 - 3x - 2) : (x - 2)$ e) $(x^6 + 5x^5 - x - 5) : (x + 5)$
b) $(x^4 + 3x^3 + 2x^2 + 7x + 3) : (x + 3)$ f) $(x^2 - 36) : (x - 6)$
c) $(x^4 + 4x^3 - x - 4) : (x + 4)$ g) $(x^2 + 6x + 9) : (x + 3)$
d) $(x^3 - 4x^2 - 6x + 5) : (x - 5)$ h) $(x^2 - 20x + 100) : (x - 10)$

6. Calcula el valor de k para que las siguientes divisiones sean exactas

- a) $(x^3 - 3x + k) : (x - 1)$ c) $(2x^3 - 2x^2 + kx + 6) : (x - 3)$
b) $(2x^3 - x^2 - 5x + k) : (x + 1)$ d) $(x^3 + 2x^2 + kx + 4) : (x + 2)$

7. Contesta justificando tus respuestas.

- a) ¿Qué podemos decir del grado del cociente de dividir dos polinomios?
b) ¿Qué podemos decir del grado del resto de dividir dos polinomios?
c) Si el resto de una división entre polinomios es cero, ¿qué relación hay entre ellos?
d) ¿Qué relación hay entre el grado del dividendo y el grado del cociente en una división por Ruffini?

Unidad 4 División y factorización de polinomios

FICHA DE

CONSOLIDACIÓN



Factorización de polinomios

- Indica si $x = 2$ y $x = -1$ son raíces de los siguientes polinomios.
 - $x^2 - 3x + 2$
 - $x^2 + x - 2$
 - $x^2 + 3x + 2$
 - $x^3 - 4x^2 + 5x - 2$
 - $x^3 - 3x^2 + 4$
 - $x^3 + 4x^2 + 5x + 2$
 - $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$
 - $x^2 - 4x + 4$
- Calcula, sin hacer la división, el resto de las siguientes operaciones y di si son exactas o no.
 - $(x^3 + 4x^2 + 5x + 2) : (x + 2)$
 - $(x^2 + 8x + 15) : (x - 3)$
 - $(x^2 - 2x + 1) : (x + 1)$
 - $(x^3 + 4x^2 - 5x + 2) : (x - 1)$
 - $(x^3 - 6x^2 + 12x - 8) : (x - 2)$
 - $(x^2 - 25) : (x - 5)$
 - $(x^3 - 16) : (x + 4)$
 - $(x^2 - 8x + 16) : (x - 4)$
- Estudia si $(x + 1)$ es divisor de los siguientes polinomios. En caso de serlo, descompón el polinomio como el producto del divisor por el cociente.
 - $x^2 + 2x + 1$
 - $x^2 + x$
 - $2x^3 + 2x^2$
 - $x^2 + 1$
 - $x^2 - 1$
 - $x^2 - 2x + 1$
- Calcula k para que los siguientes polinomios sean divisibles entre $(x - 2)$. A continuación, expresa cada uno como producto de dos factores.
 - $x^3 - 2x^2 + kx - 2$
 - $x^2 - x + k$
 - $kx^2 - 5x + 6$
 - $2x^2 + kx + 6$
 - $x^3 - 6x^2 + kx - 8$
 - $x^2 - 7x + k$
- Los siguientes polinomios tienen una raíz común. Encuéntrala y descomponlos en producto de dos factores.
 - $x^3 + x^2 - 2x$
 - $x^3 - x^2 - 2x$
 - $x^4 - 2x^3 - 15x^2$
 - $3x^3 - 13x^2 + 12x$
- Encuentra una raíz de cada uno de los siguientes polinomios y descomponlos en el producto de dos factores.
 - $x^3 - x^2 + x - 1$
 - $x^3 - 2x^2 + 2x - 4$
 - $x^3 + x^2 + 4x + 4$
 - $x^2 + 6x + 9$
 - $x^2 - 2x + 1$
 - $x^3 + 4x^2 + 6x + 4$
 - $x^2 - 4x + 4$
 - $x^3 - 3x^2 + 3x - 9$
- Contesta justificando tus respuestas.
 - De un polinomio $P(x)$ sabemos que $P(2) = 0$ ¿Se puede descomponer en factores?, ¿cuál será uno de ellos?
 - De un polinomio de grado 4 sabemos que $P(x) = Q(x)(x - 3)$. ¿Cuánto vale $P(3)$? ¿Puede ser $Q(3) = 0$?
 - Un polinomio de grado 3 tiene como raíces $x = -1$, $x = 2$ y $x = 0$. ¿Cuál es el polinomio?
 - Si dividimos $P(x)$ entre $(x - 4)$ ¿cuál es el grado del resto?

Unidad 4 División y factorización de polinomios

FICHA DE

CONSOLIDACIÓN



Operaciones con fracciones algebraicas

1. Halla el valor numérico de las siguientes fracciones algebraicas, cuando sea posible, para $x = 1$ y $x = -2$.

a) $\frac{x+1}{x-3}$

b) $\frac{x^2+1}{x-1}$

c) $\frac{x+3}{x+2}$

d) $\frac{x}{x^2+x-2}$

2. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas.

a) $\frac{x^2-x}{x^2+2x}$

d) $\frac{x^2+3x+2}{x^2-1}$

b) $\frac{x^3+3x^2}{x^2+3x}$

e) $\frac{x-5}{x^2-10x+25}$

c) $\frac{x^4-6x^3+9x^2}{2x^2-6x}$

f) $\frac{x+1}{x^2+x}$

3. Efectúa las siguientes sumas y restas con fracciones algebraicas. Expresa el resultado de la manera más simplificada posible.

a) $\frac{2x-3}{3x+2} + \frac{x+5}{3x+2} - \frac{3x+4}{3x+2}$

e) $\frac{1}{x} + \frac{x}{x-5}$

b) $\frac{x-6}{x-3} + \frac{-2x+5}{x-3} - \frac{5x+4}{x-3}$

f) $\frac{5}{x-1} - \frac{x}{x^2-1}$

c) $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-2}{x+1}$

g) $2x + \frac{1}{x-2}$

d) $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-2}{x+2}$

h) $x-1 - \frac{x}{x+5}$

4. Efectúa las siguientes multiplicaciones con fracciones algebraicas. Expresa el resultado de la manera más simplificada posible.

a) $\frac{1}{x-1} \cdot \frac{x^2-1}{x}$

e) $\frac{3x-9}{x-1} \cdot \frac{2x-2}{x-3}$

b) $\frac{x^2-4}{x-1} \cdot \frac{2x}{x^2+2x}$

f) $\frac{x^2-4}{x+2} \cdot \frac{2x}{x-2}$

c) $\frac{x+5}{x-1} \cdot \frac{2x-2}{x-5}$

g) $\frac{x-4}{4x-1} \cdot \frac{2x}{x^3-16x}$

d) $\frac{5x^3}{x-2} \cdot \frac{2x-4}{x^2+4x}$

h) $\frac{x^2-9}{x-3} \cdot \frac{x}{x^2+3x}$

Unidad 4 División y factorización de polinomios

FICHA DE

CONSOLIDACIÓN



Operaciones con fracciones algebraicas

5. Efectúa las siguientes divisiones con fracciones algebraicas. Expresa el resultado de la manera más simplificada posible.

a) $\frac{1}{x-1} : \frac{1}{x^2-1}$

e) $\frac{2}{x-1} : \frac{2x-2}{x}$

b) $\frac{x^2-4}{x+3} : \frac{x^2+2x}{2x}$

f) $x^2-4 : \frac{x+2}{2x}$

c) $\frac{x+5}{x+1} : \frac{x-5}{2x+2}$

g) $\frac{x-4}{2x} : \frac{2x-8}{3x}$

d) $\frac{x+4}{5x} : \frac{x^2+4x}{2x+4}$

h) $\frac{x-3}{x^2-9} : \frac{x}{x+3}$

6. Contesta justificando tus respuestas.

a) ¿Se puede simplificar x^2 en la siguiente fracción $\frac{x^2+4}{x^2}$?

b) Al calcular el valor numérico de una fracción algebraica para $x = 6$ obtenemos $\frac{0}{0}$. ¿Qué podemos deducir?

c) En la siguiente resta de fracciones algebraicas $\frac{x-2}{x+5} - \frac{x^2-1}{x+5}$, ¿cómo afecta el signo menos a la segunda fracción?

d) ¿Se puede sumar un polinomio y una fracción algebraica?

CONSOLIDACIÓN

Ficha *División de polinomios*

1. a) $2x^2$ c) $\frac{5}{2}x$ e) $\frac{1}{2}x^2$ g) -2
 b) $-x^3$ d) 7 f) $\frac{5}{4}x^2$ h) -1
2. a) $2x^2 - 6x + 3$ c) $-\frac{2}{3}x^2 + 2x -$ e) $x^2 - 2x$ g) $-6x + 3$
 b) $x^3 - 3x + \frac{3}{2}x$ d) $x - 2$ f) $-2x + 1$ h) $x^2 - \frac{1}{2}x$
3. a) $C(x) = 2x - 1$ $R(x) = 3x$ c) $C(x) = x - 2$ $R(x) = 5$
 b) $C(x) = 2x + 2$ $R(x) = x - 2$ d) $C(x) = x^5 + x^1 + x$ $R(x) = -x$
4. a) $C(x) = x^4 - x^3 - x^2 - 6x - 20$ $R(x) = -57$ d) $C(x) = x^2 - x^2 + x - 1$ $R(x) = 17$
 b) $C(x) = x^2 + x + 1$ $R(x) = 0$ e) $C(x) = 2x^2 + 6x + 16$ $R(x) = 52$
 c) $C(x) = 2x^2 - 4x + 5$ $R(x) = -8$ f) $C(x) = x - 2^3$ $R(x) = 0$
5. a) $D(x) = (x^2 + 2x + 1)(x - 2)$ e) $D(x) = (x^5 - 1)(x + 5)$
 b) $D(x) = (x^3 + 2x + 1)(x + 3)$ f) $D(x) = (x - 6)(x + 6)$
 c) $D(x) = (x^3 - 1)(x + 4)$ g) $D(x) = (x + 3)(x + 3) = (x + 3)^2$
 d) $D(x) = (x^2 + x - 1)(x - 5)$ h) $D(x) = (x - 10)(x - 10) = (x - 10)^2$
6. a) $k = -6$ b) $k = -2$ c) $k = -5$ d) $k = 2$
7. a) El grado del cociente es la diferencia entre el grado del dividendo y el grado del divisor.
 b) El grado del resto es menor que el grado del divisor.
 c) El dividendo es múltiplo del divisor.
 d) El grado del cociente es una unidad menor que el grado del dividendo.

Ficha Factorización de polinomios

1. a) $x = 2$ es raíz; $x = -1$ no es raíz
 b) $x = 2$ no es raíz; $x = -1$ no es raíz
 c) $x = 2$ no es raíz; $x = -1$ es raíz
 d) $x = 2$ es raíz; $x = -1$ es raíz
 e) $x = 2$ es raíz; $x = -1$ es raíz
 f) $x = 2$ no es raíz; $x = -1$ es raíz
 g) $x = 2$ no es raíz; $x = -1$ es raíz
 h) $x = 2$ es raíz; $x = -1$ no es raíz
2. a) $R = 0$; exacta c) $R = 4$; no exacta e) $R = 0$; exacta g) $R = 80$; no exacta
 b) $R = 48$; no exacta d) $R = 2$; no exacta f) $R = 0$; exacta h) $R = 0$; exacta
3. a) Sí; $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$
 b) Sí; $x^2 + x = x(x + 1)$
 c) Sí; $2x^3 + 2x^2 = 2x^2(x + 1)$
 d) No
 e) Sí; $x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$
 f) No
4. a) $k = 1$; $x^3 - 2x^2 + x - 2 = (x - 2)(x^2 + 1)$
 b) $k = -2$; $x^2 - x - 2 = (x - 2)(x + 1)$
 c) $k = 1$; $x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$
 e) $k = -7$; $2x^2 - 7x + 6 = (x - 2)(2x - 3)$
 f) $k = 12$; $x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = (x - 2)^3$
 g) $k = 10$; $x^2 - 7x + 10 = (x - 2)(x - 5)$
5. La raíz común es $x = 0$
 a) $x^3 + x^2 - 2x = x(x^2 + x - 2)$
 b) $x^3 - x^2 - 2x = x(x^2 - x - 2)$
 c) $x^4 - 2x^3 - 15x^2 = x^2(x^2 - 2x - 15)$
 d) $3x^3 - 13x^2 + 12x = x(3x^2 - 13x + 12)$
6. a) $x = 1$ es raíz; $(x - 1)(x^2 + 1)$
 b) $x = 1$ es raíz; $(x - 1)^2$
 c) $x = 2$ es raíz; $(x - 2)(x^2 + 2)$
 d) $x = -2$ es raíz; $(x + 2)(x^2 + 2x + 2)$
 e) $x = -1$ es raíz; $(x + 1)(x^2 + 4)$
 f) $x = 2$ es raíz; $(x - 2)^2$
 g) $x = -3$ es raíz; $(x + 3)^2$
 h) $x = 3$ es raíz; $(x - 3)(x^2 + 3)$
7. a) Sí. Uno de los factores será $(x - 2)$.
 b) $P(3) = 0$. Sí, porque 3 puede ser también raíz de $Q(x)$.
 c) $P(x) = (x + 1)(x - 2)x$ y todos los polinomios que se obtengan multiplicando $P(x)$ por un número real.
 d) El grado del resto es 0, puesto que el grado del resto es menor que el grado del divisor, que en este caso es 1.

Ficha Operaciones con fracciones algebraicas

1.

	Valor numérico para $x = 1$	Valor numérico para $x = -2$
a)	-1	$\frac{1}{5}$
b)	No existe	$-\frac{5}{3}$
c)	$\frac{4}{3}$	No existe
d)	No existe	No existe

2. a) $\frac{x^2 - x}{x^2 + 2x} = \frac{x(x-1)}{x(x+2)} = \frac{x-1}{x+2}$

d) $\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 1} = \frac{(x+1)(x+2)}{(x+1)(x-1)} = \frac{x+2}{x-1}$

b) $\frac{x^3 + 3}{x^2 + 3x} = \frac{x^2(x+3)}{x(x+3)} = x$

e) $\frac{x-5}{x^2 - 10x + 25} = \frac{x-5}{(x-5)^2} = \frac{1}{x-5}$

c) $\frac{x^4 - 6x^3}{2x^2 - 6x} = \frac{x^3(x-6)}{2x(x-3)} = \frac{x^2(x-6)}{2(x-3)}$

f) $\frac{x+1}{x^2 + x} = \frac{x+1}{x(x+1)} = \frac{1}{x}$

3. a) $\frac{-2}{3x+2}$

c) $\frac{5x-}{x^2-1}$

e) $\frac{x^2 + -5}{^2 - 5x}$

g) $\frac{2x^2 - 4}{x-2}$

b) $\frac{6x+}{x-3}$

d) $\frac{6x}{x^2 + x - 2}$

f) $\frac{4x+}{x^2 - 1}$

h) $\frac{x^2 + 3}{x+5}$

4. a) $\frac{x+1}{x}$

c) $\frac{2x+10}{x-5}$

e) 6

g) $\frac{2}{4x^2 + 15x - 4}$

b) $\frac{2x-}{x-1}$

d) $\frac{10x^2}{x+4}$

f) 2x

h) 1

5. a) $x(x+1)$

c) $\frac{2x+10}{x-5}$

e) $\frac{x}{(x-1)^2}$

g) $\frac{3}{4}$

b) $\frac{2x-}{x+3}$

d) $\frac{2x+}{5x^2}$

f) $2x(x-2)$

h) $\frac{1}{x}$

6. a) No, porque x^2 no es un factor en el numerador.

b) Que $(x-6)$ es un factor tanto del numerador como del denominador, por tanto la fracción se puede simplificar.

c) Afecta a los dos términos del numerador: $\frac{x-2}{x+5} - \frac{x^2-1}{x+5} = \frac{x-2-(x^2-1)}{x+5} = \frac{x-2-x^2+1}{x+5} = \frac{-x^2+x-1}{x+5}$

d) Sí, puesto que se puede considerar el polinomio como una fracción algebraica de denominador 1. El denominador común será el denominador de la fracción.