Solución del sistema de ecuaciones página 124 nº15

Su determinante es:

$$\begin{vmatrix} m & 1 & 1 \\ 1 & -m & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -m^2 + 3m - 2 = 0 \rightarrow m = 2,\ m = 1$$

Si $m \neq 1$ y $m \neq 2$ $\rightarrow ran(A) = ran(A') = 3 \rightarrow$ Sistema *compatible determinado.*

Utilizando la regla de Cramer: $x = 0,\ y = -\frac{1}{m-1},\ z = \frac{1}{m-1}$

Si $m = 1$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -2 \neq 0 \rightarrow ran(A) = 2$$

Añadimos la última columna.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 1 \neq 0 \rightarrow ran(A') = 3 \rightarrow \text{Sistema } \textit{incompatible.}$$

Si $m = 2$:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = -5 \neq 0 \rightarrow ran(A) = 2$$

Añadimos la última columna.

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow ran(A') = 2 \rightarrow \text{Sistema } \textit{compatible indeterminado.}$$

Tomamos las dos primeras ecuaciones y pasamos z al segundo miembro como parámetro.

$$\left.\begin{aligned} 2x + y + z &= 0 \\ x - 2y - z &= 1 \end{aligned}\right\} \rightarrow \textit{Soluciones: } x = \frac{1-\lambda}{5},\ y = -\frac{3\lambda - 2}{5},\ z = \lambda$$