

MATRICES

Ejercicio n° 1.-

Halla los valores de a y b en la matriz $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix}$, de forma que $A^2 - 2A = B$,

siendo $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Ejercicio n° 2.-

Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 5 & 1 & 3 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

a) Comprueba que $A^{-1} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 9 & 1 & -3 \\ -3 & 1 & 1 \\ -14 & -2 & 6 \end{pmatrix}$

b) Halla una matriz, X , tal que $AX = B$.

Ejercicio n° 3.-

Resuelve el siguiente sistema matricial:

$$3X - 2Y = \begin{pmatrix} 0 & 5 & -4 \\ 5 & 9 & 0 \\ 15 & -4 & 4 \end{pmatrix}; \quad 2X + Y = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 2 \\ -6 & 6 & 7 \\ 10 & -5 & -2 \end{pmatrix}$$

Ejercicio n° 4.-

Calcula los valores de x para que la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} x & 0 & 0 \\ 0 & x & 0 \\ 0 & 0 & x \end{pmatrix}$$

verifique la ecuación $A^2 - 6A + 9I = 0$, donde I y O son, respectivamente, las matrices identidad y nula de orden tres.

Ejercicio n° 5.-

Si I es la matriz identidad de orden 2 y $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, halla el valor que deben tener x e y para que se cumpla la igualdad $A^2 - xA - yI = 0$.

Ejercicio n° 6.-

Las matrices X e Y son las soluciones del sistema de ecuaciones matriciales:

$$2X - Y = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}; \quad X + 2Y = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

Halla X e Y , y calcula, si tiene sentido, X^{-1} e Y^{-1} .

Ejercicio n° 7.-

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$:

a) Calcula A^2 , A^3 , A^4 , A^5 .

b) Halla el valor de $A^{25} + A^{-1}$.

Ejercicio n° 8.-

Resuelve la ecuación matricial $2A = AX + B$, siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

Ejercicio n° 9.-

Se considera la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & a & b \\ 0 & 0 & c \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \text{ donde } a, b \text{ y } c \text{ son tres números reales arbitrarios.}$$

a) Encuentra A^n para todo natural n .

b) Calcula $(A^{35} - A)^2$.