REPASO TRIGONOMETRÍA AMPLIACIÓN MATEMATICAS 4° ESO

3.- Simplificar las fracciones:

a) $\dfrac{1+tg^2x}{1+cotg^2x}$ b) $\dfrac{\sec^2 a-\cos^2 a}{tg^2 a}$ c) $\dfrac{cosec^2 a-sen^2 a}{cosec^2 a\cdot(2-\cos^2 a)}$

Ejercicio nº 3.-

1.- $\dfrac{1+tg^2x}{1+cotg^2x}$ $\quad \dfrac{1+tg^2x}{1+cotg^2x}=\dfrac{\sec^2x}{cosec^2x}=\dfrac{\frac{1}{\cos^2x}}{\frac{1}{sen^2x}}=tg^2x$

2.- $\dfrac{\sec^2 a-\cos^2 a}{tg^2 a}$ $\quad \dfrac{\sec^2 a-\cos^2 a}{tg^2 a}=\dfrac{\frac{1}{\cos^2 a}-\cos^2 a}{tg^2 a}=\dfrac{1-\cos^4 a}{\cos^2 a\cdot tg^2 a}=$

$=\dfrac{(1-\cos^2 a)(1+\cos^2 a)}{sen^2 a}=1+\cos^2 a$

3.- $\dfrac{cosec^2 a-sen^2 a}{cosec^2 a\cdot(2-\cos^2 a)}$ $\quad \dfrac{cosec^2 a-sen^2 a}{cosec^2 a\cdot(2-\cos^2 a)}=\dfrac{1}{2-\cos^2 a}-\dfrac{sen^4 a}{2-\cos^2 a}=$

$=\dfrac{1-sen^4 a}{1+1-\cos^2 a}=\dfrac{1-sen^4 a}{1+sen^2 a}=\dfrac{(1+sen^2 a)(1-sen^2 a)}{1+sen^2 a}=\cos^2 a$

11.- Comprobar las identidades:

a) $tg\,\alpha+cotg\,\alpha=\sec\alpha\cdot cosec\,\alpha$ b) $cotg^2 a=\cos^2 a+(cotg\,a\cdot\cos a)^2$

c) $\dfrac{1}{\sec^2 a}=sen^2a\cdot\cos^2a+\cos^4a$ d) $cotg\,a\cdot\sec a=cosec\,a$

1.- $tg\,\alpha+cotg\,\alpha=\dfrac{sen\,\alpha}{\cos\alpha}+\dfrac{\cos\alpha}{sen\,\alpha}=\dfrac{sen^2\alpha+\cos^2\alpha}{\cos\alpha\cdot sen\,\alpha}==\dfrac{1}{\cos\alpha\cdot sen\,\alpha}=\sec\alpha\cdot cosec\,\alpha$

2.- $\cos^2 a+(cotg\,a\cdot\cos a)^2=\cos^2 a+cotg^2\,a\cdot\cos^2 a=$

$\cos^2 a(1+cotg^2\,a)=\cos^2 a\cdot cosec^2 a=\dfrac{\cos^2 a}{sen^2 a}=cotg^2 a$

3.- $sen^2a\cdot\cos^2a+\cos^4a=\cos^2a(sen^2a+\cos^2a)=\cos^2a=\dfrac{1}{\sec^2a}$

4.- $cotg\,a\cdot\sec a=\dfrac{\cos a}{sen\,a}\cdot\dfrac{1}{\cos a}=\dfrac{1}{sen\,a}=cosec\,a$

5.- $\sec^2 a+cosec^2 a=\dfrac{1}{\cos^2 a}+\dfrac{1}{sen^2 a}=\dfrac{sen^2 a+\cos^2 a}{sen^2 a\cdot\cos^2 a}=\dfrac{1}{sen^2 a\cdot\cos^2 a}$

SIMPLIFICACIONES E IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

EJERCICIO 55 : **Simplifica las siguientes expresiones trigonométricas:**

a) $\dfrac{sen^2x.(1+\cos x)}{1-\cos x}$ **b)** $\dfrac{\cos x}{tagx.(1-senx)}$

Soluciones:

a) $\dfrac{sen^2x.(1+\cos x)}{1-\cos x}=\dfrac{(1-\cos^2 x).(1+\cos x)}{1-\cos x}=\dfrac{(1-\cos x).(1+\cos x).(1+\cos x)}{1-\cos x}=(1+\cos x)^2$

b) $\dfrac{\cos x}{tagx.(1-senx)}=\dfrac{\cos x}{\dfrac{senx}{\cos x}.(1-senx)}=\dfrac{\cos^2 x}{senx.(1-senx)}=\dfrac{1-sen^2x}{senx.(1-senx)}=\dfrac{(1+senx)(1-senx)}{senx.(1-senx)}=\dfrac{1+senx}{senx}$

EJERCICIO 56 : **Demostrar la siguiente igualdad trigonométrica:**

$$\frac{\sec^2 x}{\operatorname{cosec}^2x-\sec^2x}+\frac{ctg^2x}{ctg^2x-1}=\frac{1}{\cos^2 x-sen^2x}$$

Soluciones:

$$\frac{\sec^2 x}{\operatorname{cosec}^2x-\sec^2x}+\frac{ctg^2x}{ctg^2x-1}=\frac{\dfrac{1}{\cos^2 x}}{\dfrac{1}{sen^2x}-\dfrac{1}{\cos^2 x}}+\frac{\dfrac{\cos^2 x}{sen^2x}}{\dfrac{\cos^2 x}{sen^2x}-1}=\frac{\dfrac{1}{\cos^2 x}}{\dfrac{\cos^2 x-sen^2x}{sen^2x.\cos^2 x}}+\frac{\dfrac{\cos^2 x}{sen^2x}}{\dfrac{\cos^2 x-sen^2x}{sen^2x}}=$$

$$=\frac{sen^2x}{\cos^2 x-sen^2x}+\frac{\cos^2 x}{\cos^2 x-sen^2x}=\frac{sen^2x+\cos^2 x}{\cos^2 x-sen^2x}=\frac{1}{\cos^2 x-sen^2x}$$

ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

EJERCICIO 57 : **Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:**

a) sen x = 0 **b) sen (x + Π/4) = $\sqrt{3}/2$** **c) 2.tag x – 3. cotag x – 1 = 0**

d) 3sen^{2}x – 5 sen x + 2 = 0 **e) cos^{2}x – 3sen^{2}x = 0** **f) 2cosx = 3tagx**

Solución:

a) sen x = 0 $\Rightarrow$ $\begin{matrix} x_1=0°+360°k \\ x_2=180°+360°k \end{matrix}\ \forall k\in Z \Rightarrow$ $x = 0° + 180°k \quad \forall k \in Z$

b) sen (x + Π/4) = $\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{matrix} x+45°=60°+360°k \Rightarrow x=15°+360°k \\ x+45°=120°+360°k \Rightarrow x=75°+360°k \end{matrix}\ \forall k\in Z$

c) $2tagx - 3\,cotag\,x - 1 = 0 \Rightarrow 2tagx - \frac{3}{tagx} - 1 = 0 \Rightarrow 2tag^2x - tag\,x - 3 = 0$

$$tag\,x = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{4} = \frac{1 \pm 5}{4} = \begin{matrix} 1{,}5 \\ -1 \end{matrix}$$

$tag\,x = 1{,}5 \Rightarrow x = 56°\,18°\,35'' + 180°k$

$tag\,x = -1 \Rightarrow x = 135° + 180°\,k$

d) $3sen^2x - 5senx + 2 = 0 \Rightarrow sen\,x = \frac{5 \pm 1}{6}$

$sen\,x = 1 \Rightarrow x = 90° + 180°k$

$$sen\,x = 2/3 \Rightarrow x = \begin{matrix} 41°48'37'' + 360°\,k \\ 138°11'23'' + 360°\,k \end{matrix}$$

e) $cos^2\,x - 3\,sen^2x = 0 \Rightarrow 1 - sen^2x - 3sen^2x = 0 \Rightarrow 1 - 4\,sen^2x = 0 \Rightarrow sen^2x = ¼ \Rightarrow sen\,x = \pm\,1/2$

$$sen\,x = 1/2 \Rightarrow \begin{matrix} x = 30° + 360°\,k \\ x = 150° + 360°\,k \end{matrix}$$

$$sen\,x = -1/2 \Rightarrow \begin{matrix} x = 210° + 360°\,k \\ x = 330° + 360°\,k \end{matrix}$$

$$\textit{O resumido:} \quad \begin{matrix} x = 30° + 180°\,k \\ x = 150° + 180°\,k \end{matrix}$$

f) $2cosx = 3\,tag\,x \Rightarrow 2cosx = \frac{3senx}{cos\,x} \Rightarrow 2cos^2x = 3\,sen\,x \Rightarrow 2(1 - sen^2x) = 3\,sen\,x \Rightarrow$

$$2 - 2sen^2x = 3sen\,x \Rightarrow 2sen^2x + 3sen\,x - 2 = 0 \Rightarrow sen\,x = \frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{4} = \frac{3 \pm 5}{4} = \left\langle \begin{matrix} 1/2 \\ -2 \end{matrix} \right.$$

$$Sen\,x = 1/2 \Rightarrow \left\langle \begin{matrix} x = 30° + 360°\,k \\ x = 150° + 360°\,k \end{matrix} \right.$$

Sen x = -2 $\Rightarrow$ *No tiene solución.*