EJERCICIOS RECUPERACIÓN 2ª EVALUACIÓN 3º ESO ACADÉMICAS
PROF, MERCEDES SARDINA IES "LA SERNA"

1 Halla las sumas:

$$2\sqrt{12}-3\sqrt{75}+\sqrt{27}=$$

$$2\sqrt{2^2\cdot 3}-3\sqrt{3\cdot 5^2}+\sqrt{3^3}=4\sqrt{3}-15\sqrt{3}+3\sqrt{3}=-8\sqrt{3}$$

$$\sqrt{24}-5\sqrt{6}+\sqrt{486}=$$

$$=\sqrt{2^3\cdot 3}-5\sqrt{6}+\sqrt{2\cdot 3^5}=$$

$$=2\sqrt{6}-5\sqrt{6}+9\sqrt{6}=6\sqrt{6}$$

$$2\sqrt{5}+\sqrt{45}+\sqrt{180}-\sqrt{80}=$$

$$=2\sqrt{5}+\sqrt{3^2\cdot 5}+\sqrt{2^2\cdot 3^2\cdot 5}-\sqrt{2^4\cdot 5}=$$

$$=2\sqrt{5}+3\sqrt{5}+6\sqrt{5}-4\sqrt{5}=7\sqrt{5}$$

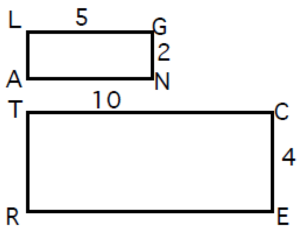
$$\sqrt[3]{54}-\sqrt[3]{16}+\sqrt[3]{250}=$$

$$-\sqrt[3]{2\cdot 3^3}-\sqrt[3]{2^4}+\sqrt[3]{2\cdot 5^3}-$$

$$=3\sqrt[3]{2}-2\sqrt[3]{2}+5\sqrt[3]{2}=6\sqrt[3]{2}$$

17. Buscar cada una de las razones que se piden, sabiendo que las dos figuras que se dan, en cada cuestión, son semejantes:

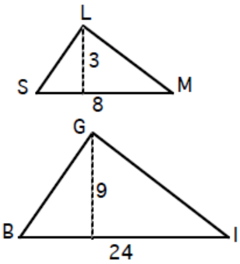
a)



$$\frac{RE}{AN} = ?$$

$$\frac{\text{área RECT}}{\text{área ANGL}} = ?$$

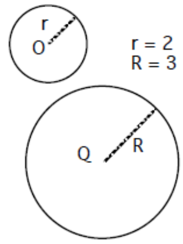
b)



$$\frac{MS}{IB} = ?$$

$$\frac{\text{área SML}}{\text{BIG}} = ?$$

c)

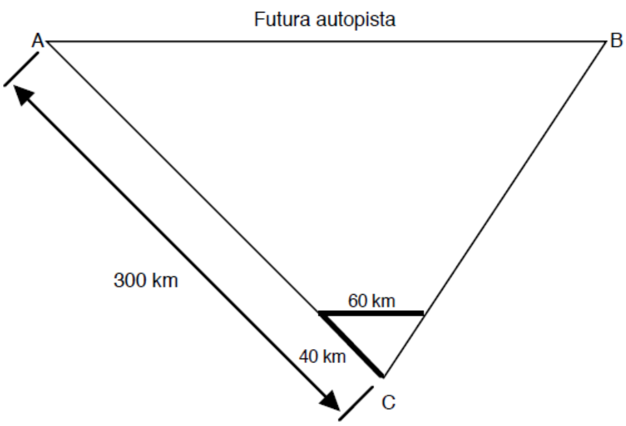


$$\frac{r}{R} = ?$$

$$\frac{\text{área cículo O}}{\text{área círculo Q}} = ?$$

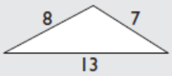
22. Un enorme árbol arroja una sombra de 7,22 m. En ese mismo momento, un pino joven de 1,60 m arroja una sombra de 67 cm. ¿Cuál es la altura del árbol grande?

23. Un político tiene que ir a dos pueblos A y B para realizar su campaña electoral. Él vive en la capital C que dista 300 km del pueblo A. Su campaña se basa fundamentalmente en anunciar la futura autopista que unirá el pueblo A con el pueblo B y, para que den crédito a sus palabras, les dice que ya se han conseguido 40 km de autopista desde la capital en dirección al pueblo A y, desde este punto se ha hecho ya una autopista de 60 km, que será totalmente paralela a la futura autopista que une A con B. ¿Cuántos kilómetros tendrá esta autopista?



1 Calcula el área de un triángulo cuyos lados miden 7 m, 8 m y 13 m

Solución:



Se aplica la fórmula de Herón:

Perímetro = 28 m $\Rightarrow$ p = 14

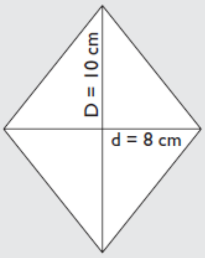
Área:

$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$A = \sqrt{14 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 1} = 24{,}25\ m^2$

2 Calcula mentalmente el área de un rombo cuyas diagonales miden 8 cm y 10 cm

Solución:



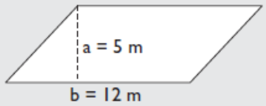
Área:

$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

$$A = \frac{8 \cdot 10}{2} = 40\ cm^2$$

3 Calcula mentalmente el área de un romboide en e que la base mide 12 m y la altura tiene 5 m

Solución:



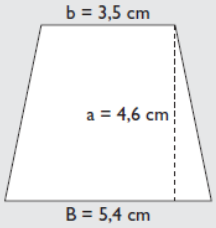
Área:

$A = b \cdot a$

$A = 12 \cdot 5 = 60\ m^2$

4 Calcula el área de un trapecio en el que las base miden 5,4 cm y 3,5 cm y la altura tiene 4,6 cm

Solución:



Área:

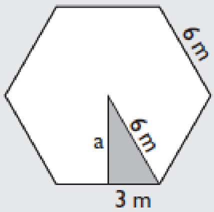
$$A = \frac{B + b}{2} \cdot a$$

$$A = \frac{5{,}4 + 3{,}5}{2} \cdot 4{,}6 =$$

$$= 20{,}47\ cm^2$$

5 Calcula el área de un hexágono regular cuyo lado mide 6 m

Solución:



Aplicando el teorema de Pitágoras se halla la apotema.

$a = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} = 5,2$ m

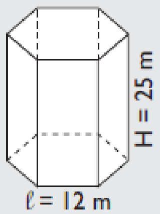
Área:

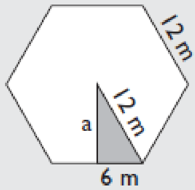
$A = \dfrac{P \cdot a}{2}$

$A = 6 \cdot 6 \cdot 5,2 : 2 = 93,6 \text{ m}^2$

15 Calcula el área y el volumen de un prisma hexagonal en el que la arista de la base mide 12 m y su altura es de 25 m

Solución:





$a = \sqrt{12^2 - 6^2} = \sqrt{108} = 10,39$ m

$A_B = \dfrac{P \cdot a}{2} \Rightarrow A_B = 6 \cdot 12 \cdot 10,39 : 2 = 374,04 \text{ m}^2$

$A_L = 6\ell \cdot H \Rightarrow A_L = 6 \cdot 12 \cdot 25 = 1\,800 \text{ m}^2$

$A_T = 2A_B + A_L$

$A_T = 2 \cdot 374,04 + 1\,800 = 2\,548,08 \text{ m}^2$

$V = A_B \cdot H \Rightarrow V = 374,04 \cdot 25 = 9\,351 \text{ m}^3$

43 Las dimensiones en centímetros de un cartón de leche de un litro son $9,5 \times 6,4 \times 16,5$. Si lo construyésemos de forma esférica, ¿cuántos centímetros cuadrados de cartón ahorraríamos?

Solución:

Área del cartón de leche:

$2(9,5 \cdot 6,4 + 9,5 \cdot 16,5 + 6,4 \cdot 16,5) = 646,3 \text{ cm}^2$

Radio de una esfera de volumen 1 litro.

$4\pi R^3/3 = 1 \Rightarrow R^3 = \dfrac{3}{4\pi}$

$R = \sqrt[3]{\dfrac{3}{4\pi}} = 0,62 \text{ dm} = 6,2 \text{ cm}$

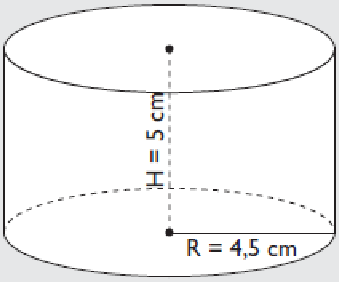
Área de la esfera de un litro:

$A = 4\pi \cdot 6,2^2 = 483,05 \text{ cm}^2$

Ahorraríamos: $646,3 - 483,05 = 163,25 \text{ cm}^2$

55 A un tarro de miel que tiene forma cilíndrica queremos ponerle una etiqueta que lo rodee completamente. El diámetro del tarro mide 9 cm y la altura de la etiqueta es de 5 cm. Calcula el área de la etiqueta.

Solución:



$A_L = 2\pi R \cdot H$

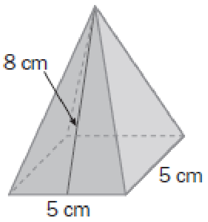
$A_L = 2\pi \cdot 4,5 \cdot 5 =$

$= 141,37 \text{ cm}^2$

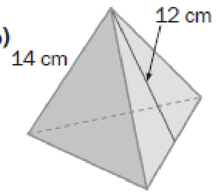
Área de pirámides y troncos de pirámides

14.39 Calcula el área total de las pirámides representadas en estas figuras:

a)



b)



a) $A_{\text{TOTAL}} = A_{\text{LATERAL}} + A_{\text{BASE}} = \frac{1}{2} \cdot p \cdot A + l^2 = \frac{1}{2} \cdot (5 \cdot 4) \cdot 8 + 5^2 = 80 + 25 = 105 \text{ cm}^2$

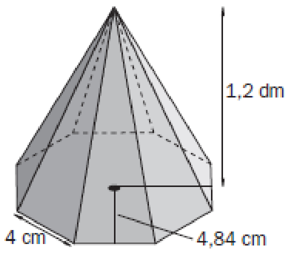
b) La figura es un tetraedro. Su área se puede calcular multiplicando por 4 el área de una cara:

$A_{\text{TOTAL}} = 4 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 12\right) = 336 \text{ cm}^2$

14.40 Calcula el área total de la pirámide regular cuya base es un cuadrado de 5 centímetros de lado. La apotema de la pirámide mide 1 decímetro.

$$A_{\text{TOTAL}} = A_{\text{LATERAL}} + A_{\text{BASE}} = \frac{1}{2} \cdot p \cdot A + l^2 = \frac{1}{2} \cdot (5 \cdot 4) \cdot 10 + 5^2 = 100 + 25 = 125 \text{ cm}^2$$

14.41 Dibuja una pirámide regular cuya base es un octógono de 4 centímetros de lado y 4,84 centímetros de apotema. La altura de la pirámide mide 1,2 decímetros. Calcula el área total de esta pirámide.



Apotema de la pirámide: $A = \sqrt{4{,}8^2 + 12^2} = \sqrt{23{,}04 + 144} = \sqrt{167{,}04} = 12{,}92$ cm

$A_{\text{TOTAL}} = \frac{1}{2} \cdot p \cdot (A + a) = \frac{1}{2} \cdot (4 \cdot 8) \cdot (12{,}92 + 4{,}84) = 16 \cdot 17{,}76 = 284{,}16 \text{ cm}^2$

14.44 Calcula el área total de los conos cuyas dimensiones son las siguientes.
a) Radio: 2,5 cm. Generatriz: 1,2 dm.
b) Diámetro: 24 cm. Altura: 1,6 dm.

a) $A_{\text{TOTAL}} = \pi \cdot r \cdot g + \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 2{,}5 \cdot 12 + 3{,}14 \cdot 2{,}5^2 = 94{,}2 + 19{,}63 = 113{,}83 \text{ cm}^2$

b) Radio: $r = 24 : 2 = 12$ cm

Altura: $h = 1{,}6 \text{ dm} = 16$ cm

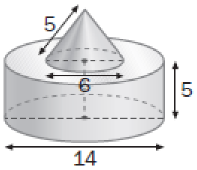
Generatriz: $g = \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{144 + 256} = \sqrt{400} = 20$ cm

$A_{\text{TOTAL}} = \pi \cdot r \cdot g + \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 12 \cdot 20 + 3{,}14 \cdot 12^2 = 753{,}6 + 452{,}16 = 1205{,}76 \text{ cm}^2$

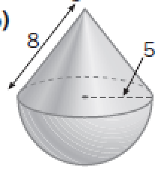
Volumen del tronco de cono: 17 662,5 − 5233,3 = 12 429,2 cm³

14.56 Calcula el volumen de los siguientes cuerpos, cuyas longitudes vienen dadas en centímetros.

a)



b)



a) Volumen del cuerpo = volumen del cilindro + volumen del cono

Volumen del cilindro: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3{,}14 \cdot 7^2 \cdot 5 = 3{,}14 \cdot 49 \cdot 5 = 769{,}3$ cm³

Volumen del cono:

Altura: $h = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$ cm

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 3^2 \cdot 4 = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 9 \cdot 4 = 37{,}68$ cm³

Volumen del cuerpo: 769,3 + 37,68 = 806,98 cm³

b) Volumen del cuerpo = volumen del cono + volumen de la semiesfera

Volumen del cono:

Altura: $h = \sqrt{8^2 - 5^2} = \sqrt{64 - 25} = \sqrt{39} = 6{,}24$ cm

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 5^2 \cdot 6{,}24 = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 25 \cdot 6{,}24 = 163{,}28$ cm³

Volumen de la semiesfera:

$V = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3\right) = \frac{2}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 5^3 = \frac{2}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 125 = 261{,}67$ cm³

Volumen del cuerpo: 163,28 + 261,67 = 424,95 cm³

14.62 Las paredes de una cocina están recubiertas de azulejos cuadrados de 15 centímetros de lado. Las dimensiones de la cocina son: largo, 3,75 metros; ancho, 2,25, y alto, 2,50. La puerta mide 85 por 210 centímetros, y la ventana es cuadrada de 135 centímetros de lado. ¿Cuántos azulejos se han necesitado para recubrir la cocina?

Superficie de las paredes: $2 \cdot (3{,}75 \cdot 2{,}50) + 2 \cdot (2{,}25 \cdot 2{,}50) = 18{,}75 + 11{,}25 = 30$ m²

Dimensiones de la puerta: 85 cm = 0,85 m; 210 cm = 2,10 m

Superficie de la puerta: $0{,}85 \cdot 2{,}10 = 1{,}785$ m²

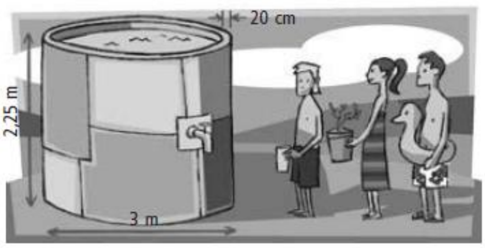
Superficie de la ventana: $1{,}35^2 = 1{,}8225$ m²

Superficie a recubrir: 30 − 1,785 − 1,8225 = 26,3925 m²

Superficie de cada azulejo: $15^2 = 225$ cm² = 0,0225 m²

Número de azulejos: 26,3925 : 0,0225 = 1173

14.63 Las dimensiones de un depósito cilíndrico son las especificadas en la figura. Calcula la capacidad del recipiente en litros.



Diámetro del cilindro interior: $3 \text{ m} - 2 \cdot 20 \text{ cm} = 3 \text{ m} - 40 \text{ cm} = 3 \text{ m} - 0{,}40 \text{ m} = 2{,}6$ m

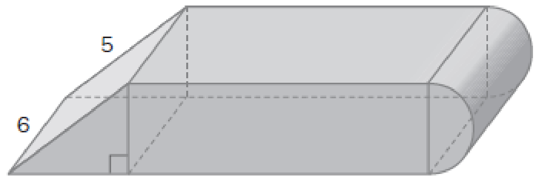
Radio del cilindro interior: 2,6 : 2 = 1,3 m

Altura del cilindro interior: 2,25 m − 20 cm = 2,25 m − 0,20 m = 2,05 m

Volumen del cilindro interior: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3{,}14 \cdot 1{,}3^2 \cdot 2{,}05 = 3{,}14 \cdot 1{,}69 \cdot 2{,}05 = 10{,}8785$ m³

Capacidad del depósito: 10,8785 m³ = 10 878,5 dm³ ≅ 10 879 L

14.76 La figura representa una pieza de madera, que hay que recubrir con una capa de pintura. ¿Qué superficie hay que pintar? (Las longitudes vienen expresadas en centímetros.)



Área del cuerpo = área exterior del prisma triangular + área exterior del ortoedro + área del semicilindro.

Cateto del triángulo: $\sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$ cm

Área exterior del prisma: $(6 \cdot 5) + (6 \cdot 4) + 2 \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot (4 \cdot 3)\right] = 30 + 24 + 12 = 66$ cm^2

Área exterior del ortoedro: $2 \cdot (10 \cdot 3) + 2 \cdot (10 \cdot 6) = 2 \cdot 30 + 2 \cdot 60 = 60 + 120 = 180$ cm^2

Área del semicilindro: radio: $r = 3 : 2 = 1{,}5$ cm. Altura: $h = 6$ cm

$A = \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot \pi \cdot r \cdot h + 2 \cdot r^2) = \pi \cdot r \cdot h + \pi \cdot r^2$

$A = 3{,}14 \cdot 1{,}5 \cdot 6 + 3{,}14 \cdot 1{,}5^2 = 28{,}26 + 7{,}065 = 35{,}325$ cm^2

Área del cuerpo: $66 + 180 + 35{,}325 = 281{,}325$ cm^2

Hay que pintar una superficie de $281{,}325$ cm^2.