

## PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN

---

2. Una multinacional ha estimado que anualmente sus ingresos en euros vienen dados por la función  $I(x) = 28x^2 + 36000x$ , mientras que sus gastos (también en euros) pueden calcularse mediante la función  $G(x) = 44x^2 + 12000x + 700000$ , donde  $x$  representa la cantidad de unidades vendidas. Determinar:

- La función que define el beneficio anual en euros.
- La cantidad de unidades que deben ser vendidas para que el beneficio sea máximo. Justificar que es máximo.
- El beneficio máximo.

4. Si un juguete se vende a 130 €, lo compran 1000 personas. Por cada euro que aumenta (o disminuye) ese precio, disminuye (o aumenta), respectivamente, el número de compradores en 50.

- Haz la gráfica del número de juguetes que se venden en función del precio de venta y da la fórmula que la expresa.
- El precio de coste de un juguete es de 80 €. Calcula el precio  $p$ , que da un beneficio total máximo.
- Halla el número de juguetes que se venden si el precio es  $p$  y calcula el beneficio máximo.

6. En una determinada empresa se fabrican  $x$  unidades de un producto, y la función de beneficio viene dada por  $B(x) = -x^2 + 12x - 20$ .

- Calcula el número de unidades producidas  $x$  que deben fabricarse para que no haya ni beneficios ni pérdidas.
- Calcula el número de unidades  $x$  que deben fabricarse para que el beneficio sea máximo. ¿A cuánto asciende ese beneficio máximo?

---

7. La concentración de ozono contaminante, en microgramos por metro cúbico, en una ciudad viene dada por la función  $C(x) = 90 + 15x - 0,6x^2$ , donde  $x$  es el tiempo transcurrido desde 1 de enero de 1990 contado en años.

- ¿Hasta qué año está creciendo la concentración de ozono?
- ¿Cuál es la concentración máxima de ozono que se alcanza en esa ciudad?

9. Los beneficios (en millones de euros por año) estimados para una empresa se ajustan a la

siguiente función:  $B(x) = \frac{5x}{x^2 + 4}$ ,  $x \geq 0$ .

donde  $B$  representa los beneficios de la empresa y  $x$  los años transcurridos desde el momento de su constitución ( $x = 0$ ).

- Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de  $B(x)$ . ¿Qué información nos da sobre la evolución de los beneficios a lo largo del tiempo?
- ¿Al cabo de cuánto tiempo obtiene la empresa el máximo beneficio? ¿Cuál es ese beneficio máximo?

10. La función de coste total de producción de  $x$  unidades de un determinado producto es

$$C(x) = \frac{x^3}{100} + 8x + 20.$$

- a) Se define la función de coste medio por unidad como  $Q(x) = \frac{C(x)}{x}$ , ¿cuántas unidades  $x_0$  es necesario producir para que sea mínimo el coste medio por unidad?
- b) ¿Qué relación existe entre  $Q(x_0)$  y  $C'(x_0)$ ?

---

12. En unos almacenes se tienen 2000 kg de alimentos perecederos que se pueden vender a 3 € el kg, pero si se venden más tarde, el precio aumenta en 0,1 € el kg cada día. Calcular cuándo interesa vender estos alimentos para tener los máximos ingresos si cada día que pasa se estropean 50 kg de ellos. ¿Cuáles son estos ingresos máximos? ¿Cuántos son los kilos que se venden y a qué precio? Justificar que es máximo.

13. Se estima que los beneficios mensuales de una fábrica de golosinas, en miles de euros, vienen dados por la función  $f(x) = -0,1x^2 + 2,5x - 10$ , cuando se venden  $x$  toneladas de producto. Se pide:

- a) Calcular la cantidad de toneladas que se ha de vender para obtener el beneficio máximo y calcular éste. Justificar que es máximo.
- b) La cantidad mínima que se ha de vender para no tener pérdidas.
- c) ¿Qué cantidad produce el máximo beneficio por tonelada vendida? Calcular el máximo beneficio y justificar que es máximo.
60. El beneficio, en millones de euros, de una empresa en función del tiempo  $t$ , en años, viene dado por  $f(t) = -t^2 + 12t - 31$ ,  $4 \leq t \leq 7$
- a) Represente la gráfica de la función  $f$ .
- b) ¿Para qué valor de  $t$  alcanza la empresa su beneficio máximo y a cuánto asciende? ¿Para qué valor de  $t$  alcanza su beneficio mínimo y cuál es éste?
61. Se conoce que el rendimiento de un jugador de fútbol durante los primeros 45 minutos de un partido viene dado por la función  $f : [0,45] \rightarrow \mathbb{R}$  cuya expresión analítica es  $f(t) = 7,2t - 0,16t^2$ , donde  $t$  es el tiempo, expresado en minutos.
- a) Represente gráficamente esta función.
- b) ¿Cuál es el máximo rendimiento del jugador? ¿En qué momento lo consigue? ¿En qué instantes tiene un rendimiento igual a 32?
62. El beneficio obtenido por la producción y venta de  $x$  kilogramos de un artículo viene dado por la función  $B(x) = -0,01x^2 + 3,6x - 180$ .
- a) Represente gráficamente esta función.
- b) Determine el número de kilogramos que hay que producir y vender para que el beneficio sea máximo.
- c) Determine cuántos kilogramos se deben producir y vender, como máximo, para que la empresa no tenga pérdidas.

63. Sea  $x$ , en euros, el precio de venta del litro de aceite de oliva virgen extra. Sea  $f(x) = 2 - \frac{4}{x+1}$ , con  $x \geq 0$ , la función que representa el balance económico quincenal, en miles de euros, de una empresa agrícola.
- Represente la función  $f$
  - ¿A partir de qué precio de venta del litro de aceite empieza esta empresa a tener beneficios?
  - ¿Están limitadas las ganancias quincenales de esta empresa? ¿Y las pérdidas?
64. La temperatura  $T$ , en grados centígrados, que adquiere una pieza sometida a un proceso viene dada en función del tiempo  $t$ , en horas, por la expresión  $T(t) = 40t - 10t^2$  con  $0 \leq t \leq 4$ .
- Represente gráficamente la función  $T$  y determine la temperatura máxima que alcanza la pieza.
  - ¿Qué temperatura tendrá la pieza transcurrida 1 hora? ¿Volverá a tener esa misma temperatura en

algún otro instante?

65. El beneficio obtenido por una empresa, en miles de euros, viene dado por la función

$$f(x) = \begin{cases} -5x^2 + 40x - 60 & \text{si } 0 \leq x \leq 6 \\ \frac{5x}{2} - 15 & \text{si } 6 < x \leq 10 \end{cases}$$

donde  $x$  representa el gasto en publicidad, en miles de euros.

- Represente la función  $f$ .
- Calcule el gasto en publicidad a partir del cual la empresa no tiene pérdidas.
- ¿Para qué gastos en publicidad se producen beneficios nulos?
- Calcule el gasto en publicidad que produce máximo beneficio. ¿Cuál es ese beneficio máximo?