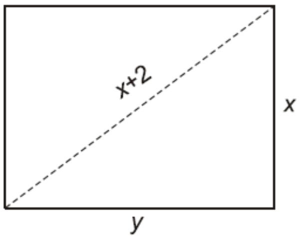
Para el próximo control Prof. Mercedes Sardina

PROBLEMAS E INECUACIONES
4° A ESO

EJERCICIO 9 : La diagonal de un rectángulo mide 2 cm más que uno de los lados. Calcula las dimensiones del rectángulo sabiendo que su perímetro es de 14 cm.

Solución:



$$\begin{cases} 2x+2y=14 \rightarrow x+y=7 \\ (x+2)^2=x^2+y^2 \end{cases}$$

Despejamos y en la primera ecuación y sustituimos en la segunda:

$y=7-x$

$$(x+2)^2=x^2+(7-x)^2 \rightarrow x^2+4x+4=x^2+49+x^2-14x \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2-14x-4x+49-4=0 \rightarrow x^2-18x+45=0 \rightarrow\rightarrow x=\frac{18\pm\sqrt{324-180}}{2}=\frac{18\pm 12}{2} \begin{matrix} \nearrow 3 \\ \searrow 15 \end{matrix}$$

Calculamos el valor de y: $\begin{matrix} \text{Si } x=3 \rightarrow y=7-3=4 \\ \text{Si } x=15 \rightarrow y=7-15=-8 \rightarrow \text{no sirve (una longitud no puede ser negativa)} \end{matrix}$

Luego las dimensiones del rectángulo son 3 cm y 4 cm.

EJERCICIO 11 : Un bodeguero quiere mezclar vino de calidad superior cuyo precio es de 6 €/*l* con otro más corriente de 2 €/*l*. Dispone en total de 315 *l*. Calcula el número de litros de cada clase para que la mezcla cueste 4,4 €/*l*.

Solución:

x = litros del vino que cuesta 6 €/*l*,

y = litros del vino que cuesta 2 €/*l*,

El sistema a resolver será: $\left.\begin{matrix} x+y=315 \\ 6x+2y=315\cdot 4{,}4 \end{matrix}\right\} \rightarrow \left.\begin{matrix} x+y=315 \\ 6x+2y=1386 \end{matrix}\right\} \rightarrow \begin{matrix} -2x-2y=-630 \\ \underline{6x+2y=1386} \\ 4x \qquad =756 \end{matrix} \rightarrow x=189$

Luego, $y=315-189=126$. Ha de mezclar 189 *l* de vino bueno con 126 *l* del más corriente.

EJERCICIO 12 : Pablo tiene unos ingresos anuales de 24 000 €. Parte de ese dinero está en una cuenta en la que le dan el 4% anual; el resto lo gasta. Calcula la cantidad de dinero gastado y ahorrado, sabiendo que al final del año recibe 360 € de intereses.

Solución:

x = "Dinero gastado"

y = "Dinero ahorrado"

$$\begin{cases} x+y=24000 \\ 4\% \text{ de } y=360 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y=24000 \\ \dfrac{4y}{100}=360 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=24000-y-15000 \\ y=\dfrac{36000}{4}=9000 \end{cases}$$

Gasta 15 000 € y ahorra 9 000 €.

Para el próximo control Prof. Mercedes Sardina

EJERCICIO 14 : Un rectángulo tiene 60 cm^2 de área. Su perímetro es de 34 cm. Halla sus dimesiones.

Solución: Llamamos x a la base del rectángulo e y a su altura.

Por tanto, tenemos que: $\begin{cases} x \cdot y = 60 \\ 2x + 2y = 34 \quad \rightarrow \quad x + y = 17 \end{cases}$

Despejamos y en la segunda ecuación y sustituimos en la primera:

$y = 17 - x$

$x \cdot (17 - x) = 60 \quad \rightarrow \quad 17x - x^2 = 60 \quad \rightarrow \quad x^2 - 17x + 60 = 0 \quad \rightarrow$

$\rightarrow \quad x = \dfrac{17 \pm \sqrt{289 - 240}}{2} = \dfrac{17 \pm \sqrt{49}}{2} = \dfrac{17 \pm 7}{2} \begin{cases} x = 12 \quad \rightarrow \quad y = 5 \\ x = 5 \quad \rightarrow \quad y = 12 \end{cases}$ El rectángulo es, por tanto, de 12 cm x 5 cm.

INECUACIONES

EJERCICIO 16 : Resuelve las siguientes inecuaciones y escribe la solución en forma de intervalo:

a) $5x+4<-6$ **b)** $\frac{5x-1}{8}+2x\geq x-\frac{x+1}{8}$ **c)** $2x-\frac{3x+1}{3}\geq 2(3x-2)$ **d)** $\frac{4}{3}+2x\leq 3$

e) $\frac{3(x+1)}{2}>2x$ **f)** $(5-x)(x+3)>0$ **g)** $\frac{x+7}{3-x}\geq 0$ **h)** $2x+5\leq x^2-2x-16$

i) $\frac{x+2}{x^2}\leq 0$ **j)** $x^2+3x-6>8-2x$ **k)** $x^2+3x-4\geq 0$ **l)** $x^2-3x>0$

m) $(x-2)(x+1)\leq 0$ **n)** $\frac{x+1}{x-3}>0$ **ñ)** $x(x+4)\leq 0$

Solución:

a) $5x+4<-6 \rightarrow 5x<-6-4 \rightarrow 5x<-10 \rightarrow x<-2$ La solución en forma de intervalo será: $(-\infty,-2)$

b) Multiplicamos por 8 la inecuación y agrupamos los términos como en las ecuaciones:

$5x-1+16x\geq 8x-x-1 \rightarrow 21x-1\geq 7x-1 \rightarrow 14x\geq 0 \rightarrow x\geq 0$ La solución buscada es $[0,+\infty)$.

c) Multiplicamos la inecuación por 3, quitamos paréntesis y agrupamos los términos como en las ecuaciones:

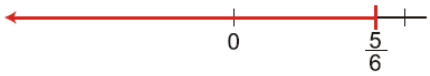
$6x-3x-1\geq 6(3x-2) \rightarrow 6x-3x-1\geq 18x-12 \rightarrow -1+12\geq 18x-3x \rightarrow$

$\rightarrow 11\geq 15x \rightarrow x\geq\frac{11}{15}$

La solución en forma de intervalo es $\left(-\infty,\frac{11}{15}\right]$.

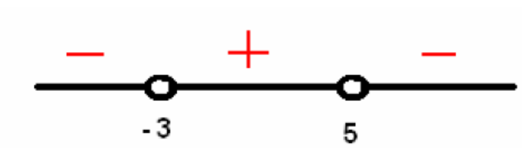
d) Multiplicamos todo por 3 para quitar el denominador: $4+6x\leq 9 \rightarrow 6x\leq 5 \rightarrow x\leq\frac{5}{6}$

La solución en forma de intervalo es $\left(-\infty,\frac{5}{6}\right]$.



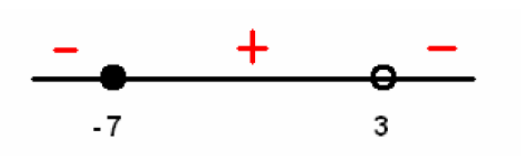
e) $3x+3>4x \Rightarrow -x>-2 \Rightarrow x<3 \Rightarrow$ La solución es el intervalo $(-\infty,3)$

f) El factor $5-x=0$ si $x=5$, y el factor $x+3=0$, si $x=-3$.



La solución será el intervalo $(-3,5)$

g) Igualamos, por separado el numerador y el denominador a cero:
El numerador: $x+7=0 \Rightarrow x=-7$ (Se coge porque es $\geq$)
El denominador $3-x=0 \Rightarrow x=3$ (El denominador nunca se coge)
Estudiamos los signos

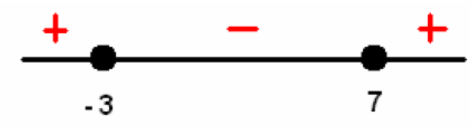


Solución, $[-7,3)$.

h) Reducimos a una ecuación de segundo grado y calculamos sus soluciones:

$0\leq x^2-2x-16-2x-5 \rightarrow x^2-4x-21\geq 0$

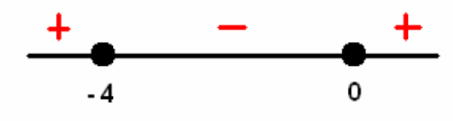
$$x^2-4x-21=0 \rightarrow x=\frac{4\pm\sqrt{16+84}}{2}=\frac{4\pm\sqrt{100}}{2}=\frac{4\pm 10}{2}\begin{cases}7\\-3\end{cases}$$



Luego la solución a la inecuación es $(-\infty,-3]\cup[7,+\infty)$.

Para el próximo control Prof. Mercedes Sardina

ñ) Hallamos las raíces de $x(x+4)$ resolviendo la ecuación: $x(x+4)=0 \begin{cases} x=0 \\ x+4=0 \rightarrow x=-4 \end{cases}$



La solución de la inecuación es $[-4, 0]$.

SISTEMAS INECUACIONES

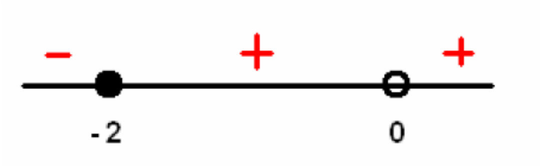
EJERCICIO 18 : Halla el conjunto de soluciones de los sistemas de inecuaciones:

a) $\left.\begin{matrix} 2x-1\leq 3 \\ 3x+6\geq 2x \end{matrix}\right\}$ **b)** $\left.\begin{matrix} 3x-7>0 \\ 8-5x\geq 0 \end{matrix}\right\}$ **c)** $\left.\begin{matrix} 5-2x<0 \\ 7x+1>0 \end{matrix}\right\}$ **d)** $\left\{\begin{matrix} 2x-6\geq 4 \\ x-7<0 \end{matrix}\right.$ **e)** $\left.\begin{matrix} x+2>0 \\ 2x+3\geq 0 \end{matrix}\right\}$

i) Igualamos, por separado, numerador y denominador a cero:

Numerador: $x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$ (Lo pintamos)

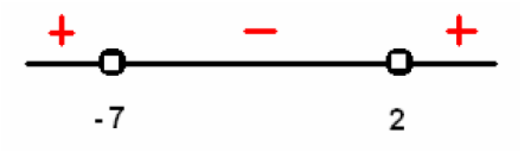
Denominador: $x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$ (No lo pintamos)



Por tanto, la solución es $(-\infty, -2]$.

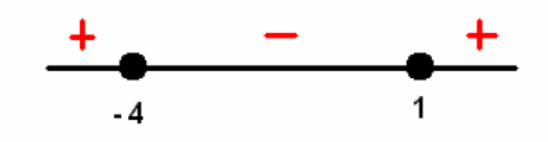
j) $x^2 + 3x - 6 > 8 - 2x \rightarrow x^2 + 5x - 14 > 0$

Resolvemos la ecuación $x^2 + 5x - 14 = 0$: $x = \dfrac{-5 \pm \sqrt{25+56}}{2} = \dfrac{-5 \pm 9}{2} \begin{cases} 2 \\ -7 \end{cases}$



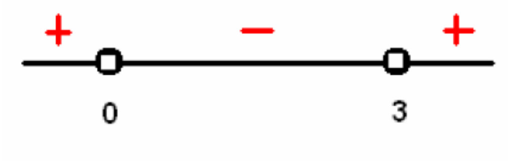
La solución será: $(-\infty,-7) \cup (2,+\infty)$

k) Resolvemos la ecuación $x^2 + 3x - 4 = 0$: $x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{2} = \dfrac{-3 \pm \sqrt{25}}{2} = \dfrac{-3 \pm 5}{2} \begin{cases} x = 1 \\ x = -4 \end{cases}$



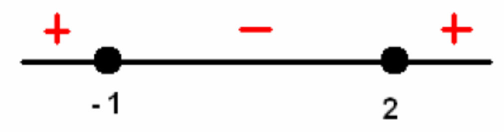
La solución de la inecuación es $(-\infty, -4] \cup (1, +\infty)$

l) Hallamos las raíces de $x^2 - 3x$ resolviendo la ecuación: $x^2 - 3x = 0 \rightarrow x(x-3) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \end{cases}$



La solución de la inecuación es $(-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$.

m) Hallamos las raíces de la ecuación: $(x-2)(x+1) = 0 \begin{cases} x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \\ x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \end{cases}$

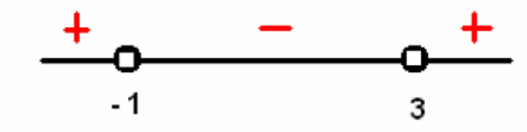


La solución de la inecuación es $[-1, 2]$.

n) Hallamos las raíces del numerador y del denominador:

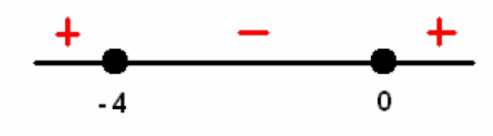
$x + 1 = 0 \rightarrow x = -1$ (No se coge)

$x - 3 = 0 \rightarrow x = 3$ (No se coge)



La solución de la inecuación es $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$.

ñ) Hallamos las raíces de $x(x+4)$ resolviendo la ecuación: $x(x+4)=0$ $\nearrow x=0$; $\searrow x+4=0 \rightarrow x=-4$



La solución de la inecuación es $[-4, 0]$.

SISTEMAS INECUACIONES

<u>EJERCICIO 18</u> : Halla el conjunto de soluciones de los sistemas de inecuaciones:

a) $\left.\begin{array}{l} 2x-1\le 3 \\ 3x+6\ge 2x \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{l} 3x-7>0 \\ 8-5x\ge 0 \end{array}\right\}$ c) $\left.\begin{array}{l} 5-2x<0 \\ 7x+1>0 \end{array}\right\}$ d) $\left\{\begin{array}{l} 2x-6\ge 4 \\ x-7<0 \end{array}\right.$ e) $\left.\begin{array}{l} x+2>0 \\ 2x+3\ge 0 \end{array}\right\}$

Solución:

a) Resolvemos cada inecuación por separado; la solución será el conjunto de puntos que cumplan ambas inecuaciones.

$2x-1\le 3 \quad\rightarrow\quad 2x\le 4 \quad\rightarrow\quad x\le 2$

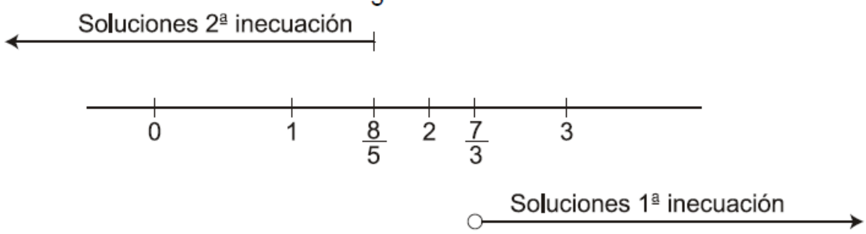
$3x+6\ge 2x \quad\rightarrow\quad 3x-2x\ge -6 \quad\rightarrow\quad x\ge -6$

La solución al sistema es el intervalo $[-6, 2]$.

b) Resolvemos independientemente cada inecuación y buscamos las soluciones comunes:

$3x-7>0 \quad\rightarrow\quad 3x>7 \quad\rightarrow\quad x>\frac{7}{3}$

$8-5x\ge 0 \quad\rightarrow\quad 8\ge 5x \quad\rightarrow\quad x\le\frac{8}{5}$

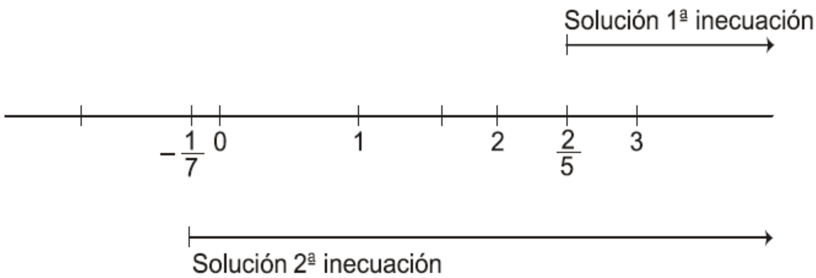


El sistema no tiene solución, puesto que no hay valores que cumplan ambas inecuaciones a la vez.

c) Resolvemos cada inecuación y buscamos las soluciones comunes:

$5-2x<0 \quad\rightarrow\quad 5<2x \quad\rightarrow\quad x>\frac{5}{2}$

$7x+1>0 \quad\rightarrow\quad 7x>-1 \quad\rightarrow\quad x>\frac{-1}{7}$



La solución del sistema es $\left(\frac{5}{2}, +\infty\right)$.