

EJERCICIOS RECUPERACIÓN 1º EVALUACIÓN 4º A ACADÉMICAS

Intervalos, semirrectas y entornos

1.46 Expresa mediante desigualdades y también gráficamente en la recta real los siguientes intervalos y semirrectas.

a) $[-1, +\infty)$

c) $(-\infty, 3)$

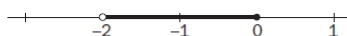
b) $(-2, 0]$

d) $[4, 8]$

a) $[-1, +\infty) \rightarrow x \geq -1 \rightarrow$



b) $(-2, 0] \rightarrow -2 < x \leq 0 \rightarrow$



c) $(-\infty, 3) \rightarrow x < 3 \rightarrow$



d) $[4, 8] \rightarrow 4 \leq x \leq 8 \rightarrow$



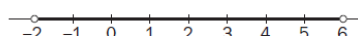
1.87 Dibuja los siguientes entornos en la recta real e indica mediante desigualdades los intervalos que determinan, así como su centro y su radio.

a) $E(2, 4)$

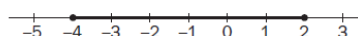
b) $E[-1, 3]$

c) $E(3, 1)$

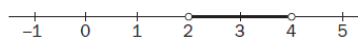
a) $E(2, 4): -2 < x < 6$; Centro = 2 y Radio = 4 \rightarrow



b) $E[-1, 3]: -4 \leq x \leq 2$; Centro = -1 y Radio = 3 \rightarrow

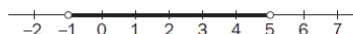


c) $E(3, 1): 2 < x < 4$; Centro = 3 y Radio = 1 \rightarrow



1.A3 Un conjunto de números reales x cumplen que $|x - 2| < 3$. Describe este conjunto utilizando intervalos y desigualdades, y gráficamente.

$|x - 2| < 3 \Leftrightarrow x \in (-1, 5) \Leftrightarrow -1 < x < 5 \Leftrightarrow$



1.54 Efectúa las siguientes operaciones.

a) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{27}$

e) $\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[4]{8} : \sqrt[3]{4}$

b) $\sqrt[3]{512} : \sqrt[3]{200}$

f) $\sqrt{12} : \sqrt[3]{32} \cdot \sqrt[6]{2}$

c) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[5]{392}$

g) $\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{8}}}$

d) $\sqrt[4]{2187} : \sqrt{108}$

h) $(\sqrt[3]{\sqrt{64}})^2$

a) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{27} = \sqrt{6^3} = \sqrt{216}$

e) $\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[4]{8} : \sqrt[3]{4} = \sqrt[12]{2^{-5}}$

b) $\sqrt[3]{512} : \sqrt[3]{200} = \sqrt[3]{2^6 : 5^2} = \sqrt[3]{\frac{2^6}{5^2}}$

f) $\sqrt{12} : \sqrt[3]{32} \cdot \sqrt[6]{2} = \sqrt{\frac{3}{2}}$

c) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[5]{392} = \sqrt[15]{2^{19} \cdot 7^6}$

g) $\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{8}}} = \sqrt[4]{2}$

d) $\sqrt[4]{2187} : \sqrt{108} = \sqrt[4]{\frac{3}{2^4}} = \frac{\sqrt[4]{3}}{2}$

h) $(\sqrt[3]{\sqrt{64}})^2 = 4$

Radicales semejantes. Racionalización

1.55 Opera y simplifica.

a) $2\sqrt{20} + 3\sqrt{45} - \sqrt{80}$

b) $4\sqrt[3]{16} + 5\sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{250}$

a) $9\sqrt{5}$

b) $13\sqrt[3]{2}$

c) $\sqrt{27} - 2\sqrt{32} + \sqrt{180}$

d) $3\sqrt[3]{81} + \sqrt[3]{24} - 5\sqrt[3]{375}$

c) $3\sqrt{3} - 8\sqrt{2} + 6\sqrt{5}$

d) $-14\sqrt[3]{3}$

1.56 Racionaliza las siguientes expresiones.

a) $\frac{4}{\sqrt{2}}$

b) $\frac{3}{\sqrt[3]{3}}$

a) $2\sqrt{2}$

b) $\sqrt[3]{9}$

c) $\frac{1}{\sqrt[4]{8}}$

d) $\frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{7}}$

c) $\frac{\sqrt[4]{2}}{2}$

d) $\frac{-\sqrt{3} + \sqrt{7}}{2}$

e) $\frac{1 + \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}}$

f) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$

e) $-3 - 2\sqrt{2}$

f) $-2 - \sqrt{6}$

1.58 Encuentra el valor de x .

a) $\log_x 125 = 3$

b) $-3 = \log_x 2$

a) $x = 5$

b) $x = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

c) $\log_x \frac{1}{16} = -8$

d) $-\frac{1}{3} = \log_{27} x$

c) $x = \sqrt{2}$

d) $x = \frac{1}{3}$

1.62 Transforma estas expresiones algebraicas en logarítmicas.

a) $A = \frac{x^2 y^3 z^5}{t^4}$

b) $B = \frac{100 x^3 y}{t^2}$

a) $\log A = 2 \log x + 3 \log y + 5 \log z - 4 \log t$

b) $\log B = 2 + 3 \log x + \log y - 2 \log t$

c) $C = \frac{\sqrt{x} y z^2}{10 t^3}$

d) $D = \frac{\sqrt{x} \sqrt[3]{y^2} z^{\frac{3}{4}}}{t^{\frac{5}{6}}}$

c) $\log C = \frac{1}{2} \log x + \log y + 2 \log z - 3 \log t - 1$

d) $\log D = \frac{1}{2} \log x + \frac{2}{3} \log y + \frac{3}{4} \log z - \frac{2}{5} \log t$

1.63 Tomando antilogaritmos, convierte en algebraicas las siguientes expresiones.

a) $\log A = 3 \log x + 2 \log y - 5 \log z$

b) $\log B = \frac{3}{2} \log x + \log y - \frac{2}{3} \log z - 2$

a) $A = \frac{x^3 y^2}{z^5}$

b) $B = \frac{\sqrt{x^3} \cdot y}{\sqrt[3]{z^2} \cdot 100}$

5. Aplicando las fórmulas anteriores, calcular:

a) $\log_6 \frac{1}{36}$

h) $\ln \frac{1}{e}$

p) $\log_3 \frac{\sqrt{3}}{9}$

w) $\log_3 \frac{1}{\sqrt{243}}$

γ) $\ln \frac{e}{\sqrt[3]{e^2}}$

b) $\log_3 \sqrt[4]{27}$

i) $\log_4 2$

q) $\ln \frac{\sqrt{e}}{e}$

x) $\log \sqrt{20} + \log \sqrt{5}$

δ) $\log_3 \frac{1}{3 \sqrt[4]{27}}$

c) $\log_3 \frac{\sqrt{243}}{3}$

j) $\log_8 2$

r) $\log_4 (-4)$

y) $\log \frac{\sqrt[3]{100}}{10}$

ε) $\log_{1/5} 125$

d) $\log_5 \frac{1}{\sqrt{a}}$

k) $\log_8 \sqrt{32}$

s) $\log_2 \sqrt[3]{32}$

z) $\log_3 \frac{1}{27 \sqrt[3]{9}}$

e) $\ln e^2$

l) $\ln \sqrt[3]{e}$

t) $\log_3 \sqrt{27}$

α) $\ln \frac{e}{\sqrt[3]{e}}$

f) $\log_4 \frac{1}{\sqrt[5]{64}}$

n) $\log_4 \frac{1}{64}$

u) $\log_2 \frac{\sqrt[3]{64}}{8}$

β) $\log \frac{\sqrt{10}}{0,1}$

g) $\log_3 \sqrt[3]{9}$

o) $\log_3 \frac{3}{\sqrt[5]{81}}$

v) $\ln \frac{1}{\sqrt[3]{e^2}}$

(Soluc: a) -2; b) 3/4; c) 3/2; d) -1/2; e) 2; f) -3/5; g) 2/3; h) -1; i) 1/2; j) 1/3; k) 5/6; l) 1/3; m) 6; n) -3; o) 1/5; p) -3/2; q) -1/2; r) 3; s) 5/3; t) 3/2; u) -9/5; v) -2/3; w) -5/2; x) 1; y) -1/3; z) -11/3; α) 3/4; β) 3/2; γ) 1/3; δ) -7/4; ε) -3)

- | | |
|---|--------------------------|
| 1. $\log_3 (x - 4) = 2$ | R/13. |
| 2. $\log_2 (x - 5) = 4$ | R/21. |
| 3. $\log_{10} (2x + 50) = 2$ | R/25. |
| 4. $\log_9 (x) = \frac{3}{2}$ | R/27. |
| 5. $\log_6 (2x - 3) = \log_6 12 - \log_6 3$ | R/3,5. |
| 6. $\log_4 (3x + 2) = \log_4 5 + \log_4 3$ | R/4, 3. |
| 7. $2 \log_3 x = 4 \log_3 8$ | R/64. |
| 8. $3 \log x = 3 \log 5$ | R/5. |
| 9. $\ln (-4 - x) + \ln 3 = \ln (2 - x)$ | R/-7. |
| 10. $\ln x + \ln (x + 4) = \ln 15 + \ln 3$ | R/5. |
| 11. $\log_4 (x) = \frac{-3}{2}$ | R/ $\frac{1}{8}$. |
| 12. $\log_5 (x^2) = -2$ | R/ $\pm \frac{1}{5}$. |
| 13. $\log_{10} (x^2) = -4$ | R/ $\pm \frac{1}{100}$. |
| 14. $\log_6 (2x - 3) = \log_6 12 - \log_6 3$ | R/ $\frac{7}{2}$. |
| 15. $\log_3 (4x - 5) = \log_3 (2x + 1)$ | R/3. |
| 16. $\log (5x^2 - 14x + 1) = \log (4x^2 - 4x - 20)$ | R/3 y 7. |
| 17. $2 \log_3 (x) = 3 \log_3 5$ | R/ $5\sqrt{5}$. |
| 18. $\log_5 (2x + 3) = \log_5 11 + \log_5 3$ | R/15. |

2.10 Completa en tu cuaderno estas expresiones para que correspondan al cuadrado de un binomio.

a) $a^2 + 4ab + \square$

c) $4x^2 - \square + 9$

b) $x^2 + \frac{2}{3}xy + \square$

d) $\square - 6zyx^3 + 9z^2$

a) $a^2 + 4ab + 4b^2$ Desarrollo de $(a + 2b)^2$

b) $x^2 + \frac{2}{3}xy + \frac{1}{9}y^2$ Desarrollo de $\left(x + \frac{1}{3}y\right)^2$

c) $4x^2 - 12x + 9$ Desarrollo de $(2x - 3)^2$

d) $y^2x^6 - 6zyx^3 + 9z^2$ Desarrollo de $(yx^3 - 3z)^2$

2.38 Realiza las siguientes operaciones con los polinomios

$P(x) = \frac{1}{2}x^4 + 2x^3 + 1$, $Q(x) = 3x^3 - 4x - 2$ y $R(x) = 4x^2 - 5x + 3$.

a) $P(x) \cdot [Q(x) + R(x)]$

b) $Q(x) \cdot [R(x) - P(x)]$

c) $R(x) \cdot [P(x) + Q(x)]$

¿Qué propiedad puedes aplicar para efectuarlas?

a) $P(x) \cdot [Q(x) + R(x)] = \left(\frac{1}{2}x^4 + 2x^3 + 1\right) \cdot [(3x^3 - 4x - 2) + (4x^2 - 5x + 3)] = \left(\frac{1}{2}x^4 + 2x^3 + 1\right) \cdot (3x^3 + 4x^2 - 9x + 1) =$
 $= \frac{3}{2}x^7 + 2x^6 - \frac{9}{2}x^5 + \frac{1}{2}x^4 + 6x^6 + 8x^5 - 18x^4 + 2x^3 + 3x^3 + 4x^2 - 9x + 1 =$
 $= \frac{3}{2}x^7 + 8x^6 + \frac{7}{2}x^5 - \frac{35}{2}x^4 + 5x^3 + 4x^2 - 9x + 1$

b) $Q(x) \cdot [R(x) - P(x)] = (3x^3 - 4x - 2) \cdot \left[(4x^2 - 5x + 3) - \left(\frac{1}{2}x^4 + 2x^3 + 1\right)\right] =$
 $= (3x^3 - 4x - 2) \cdot (4x^2 - 5x + 3 - \frac{1}{2}x^4 - 2x^3 - 1) =$
 $= (3x^3 - 4x - 2) \cdot \left(-\frac{1}{2}x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 5x + 2\right) =$
 $= -\frac{3}{2}x^7 - 6x^6 + 12x^5 - 15x^4 + 6x^3 + 2x^5 + 8x^4 - 16x^3 + 20x^2 - 8x + x^4 + 4x^3 - 8x^2 + 10x - 4 =$
 $= -\frac{3}{2}x^7 - 6x^6 + 14x^5 - 6x^4 - 6x^3 + 12x^2 + 2x - 4$

c) $R(x) \cdot [P(x) + Q(x)] = (4x^2 - 5x + 3) \cdot \left[\left(\frac{1}{2}x^4 + 2x^3 + 1\right) + (3x^3 - 4x - 2)\right] = (4x^2 - 5x + 3) \cdot \left(\frac{1}{2}x^4 + 5x^3 - 4x - 1\right) =$
 $= 2x^6 + 20x^5 - 16x^3 - 4x^2 - \frac{5}{2}x^5 - 25x^4 + 20x^2 + 5x + \frac{3}{2}x^4 + 15x^3 - 12x - 3 =$
 $= 2x^6 + \frac{35}{2}x^5 - \frac{47}{2}x^4 - x^3 + 16x^2 - 7x - 3$

2.40 Efectúa estas operaciones.

a) $(2x^2 - 3y)^2$

d) $(2x^4 + x^2)^2$

b) $(3x - 2y)^3$

e) $(5a + 3b) \cdot (5a - 3b)$

c) $(3x^3 - \sqrt{x})^2$

f) $(2xy + 4zt) \cdot (2xy - 4zt)$

a) $(2x^2 - 3y)^2 = 4x^4 + 9y^2 - 12x^2y$

b) $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 8y^3 - 54x^2y + 36xy^2$

c) $(3x^3 - \sqrt{x})^2 = 9x^6 + x - 6x^3\sqrt{x}$

d) $(2x^4 + x^2)^2 = 4x^8 + 4x^6 + x^4$

e) $(5a + 3b) \cdot (5a - 3b) = 25a^2 - 9b^2$

f) $(2xy + 4zt) \cdot (2xy - 4zt) = 4x^2y^2 - 16z^2t^2$

Nº 56 (pág. 70) Calcula las raíces de estos polinomios.

- | | |
|----------------------------|------------------------------------|
| a) $x^3 - 9x^2 + 26x - 24$ | a) Raíces: $x = 2, x = 3, x = 4$ |
| b) $x^3 - 2x^2 - 3x$ | b) Raíces: $x = 0, x = -1, x = 3$ |
| c) $x^4 - x^2 - x + 1$ | c) Raíz: $x = 1$ |
| d) $x^3 + x^2 - 9x - 9$ | d) Raíces: $x = -1, x = -3, x = 3$ |
| e) $x^2 - x - 2$ | e) Raíces: $x = -1, x = 2$ |
| f) $x^2 + x$ | f) Raíces: $x = -1, x = 0$ |
| g) $4x^2 - 2x$ | g) Raíces: $x = 0,$ |
| h) $x^2 - 4x + 4$ | h) Raíz doble: $x = 2$ |

Nº 66 (pág. 70) Descompón en factores los siguientes polinomios, sacando factor común.

- | | |
|--------------------|--------------------------|
| a) $8x^3 - 4x$ | a) $4x \cdot (2x^2 - 1)$ |
| b) $18x^3 + 14x^2$ | b) $2x^2 \cdot (9x + 7)$ |
| c) $9x^2 + 12x$ | c) $3x \cdot (3x + 4)$ |
| d) $x^6 - 4x^3$ | d) $x^3 \cdot (x^3 - 4)$ |
| e) $x^3 + 7x^2$ | e) $x^2 \cdot (x + 7)$ |
| f) $x^4 - x^3$ | f) $x^3 \cdot (x - 1)$ |

Nº 68 (pág. 71) Factoriza los siguientes polinomios.

- | | |
|----------------------------|--|
| a) $x^2 + 5x + 6$ | a) $(x + 3) \cdot (x + 2)$ |
| b) $x^2 + x - 12$ | b) $(x - 3) \cdot (x + 4)$ |
| c) $x^2 + 11x + 24$ | c) $(x + 3) \cdot (x + 8)$ |
| d) $x^2 + 2x - 24$ | d) $(x + 6) \cdot (x - 4)$ |
| e) $x^3 - 13x + 12$ | e) $(x - 3) \cdot (x - 1) \cdot (x + 4)$ |
| f) $x^3 - 5x^2 - x + 5$ | f) $(x - 5) \cdot (x - 1) \cdot (x + 1)$ |
| g) $x^3 + 4x^2 - 11x - 30$ | g) $(x + 2) \cdot (x - 3) \cdot (x + 5)$ |
| h) $x^3 + 8x^2 - 32x - 60$ | h) No es posible |

Nº 69 (pág. 71) Descompón factorialmente.

- | | |
|-------------------------------|--|
| a) $x^3 + x^2 - 6$ | a) No es posible |
| b) $x^4 - x^2$ | b) $x^2 \cdot (x + 1) \cdot (x - 1)$ |
| c) $2x^2 - 3x^3$ | c) $x^2 \cdot (2 - 3x)$ |
| d) $3x^2 + 12x + 12$ | d) $3 \cdot (x + 2)^2$ |
| e) $x^4 - 2x^3 - 11x^2 + 12x$ | e) $x \cdot (x + 3) \cdot (x - 1) \cdot (x - 4)$ |
| f) $x^5 - x^4 - 19x^3 + 4x^2$ | f) $x^2 \cdot (x + 4) \cdot (x^2 - 5x + 1)$ |
| g) $18x^3 + 48x^2 + 32x$ | g) $2x \cdot (3x + 4)^2$ |
| h) $48x^2 + 24x + 3$ | h) $3 \cdot (4x + 1)^2$ |

4. Descomponer en factores y simplificar:

- | | | | |
|-------------------------------------|------------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| a) $\frac{x^2 - 1}{x + 1}$ | b) $\frac{x^2 - 1}{(x - 1)^2}$ | c) $\frac{x^2 - 4}{2x - 4}$ | d) $\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 4}$ |
| e) $\frac{x^2 - 16}{x^2 + 8x + 16}$ | f) $\frac{x(x + 2)}{x^2 + 4x + 4}$ | g) $\frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 9}$ | h) $\frac{x^2 - 9}{x^4 - 81}$ |

5. Descomponer en factores el numerador y denominador y después simplifica:

- | | | | |
|-----------------------------------|-------------------------------------|--|--|
| a) $\frac{x^2 + 3x}{x^2 + x - 6}$ | b) $\frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 - x^2}$ | c) $\frac{x^3 + 4x^2 + 3x}{x^2 + x - 6}$ | d) $\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 4x - 5}$ |
|-----------------------------------|-------------------------------------|--|--|