

TRABAJO DE MATEMÁTICAS B 4º ESO**NOTA:**

EL TRABAJO SE ENTREGARÁ EL DÍA DEL EXAMEN DE SEPTIEMBRE. PUEDE SUBIR HASTA UN PUNTO LA NOTA, SIEMPRE Y CUANDO EN EL EXAMEN TENGAS UNA NOTA ENTRE 4 Y 5.

RECUERDA QUE TAMBIÉN DEBES HACER TODOS LOS EJERCICIOS DEL CUADERNO QUE HEMOS HECHO DURANTE EL CURSO.

Operaciones con números

1º) Realiza las siguientes operaciones, simplificando el resultado:

$$a) \frac{2}{3} - 3 \cdot \frac{\frac{1}{2} - 1}{\frac{1}{3}} - (3-4)^2 \cdot \frac{5}{2}$$

$$b) \frac{1 - \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{4}{3} - \left(3 - \frac{3}{2} \right) \right]}{2 + \frac{1}{3}}$$

$$c) \frac{\left(1 + \frac{1}{5} \right)^2 - \left(\frac{2}{4} \right)^0}{\left(1 - \frac{1}{2} \right) \cdot 3}$$

$$d) \frac{\left(\frac{1}{2} - 3 \right)^2 - 3}{\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \cdot 2} : \frac{9}{6} \cdot \frac{6}{9} =$$

$$e) 1 - \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{3}{4} - \left(\frac{1}{2} \right)^{-1} + 3 \right] - \frac{1}{6} : \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3} \right) \quad f) 1 + \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{1}{3} + \left(\frac{2}{3} \right)^{-1} - 3 \right] : \left[\left(1 - \frac{2}{3} \right) + 3^0 \right]$$

Clasificación y ordenación de números

2º) a) Clasifica en su conjunto numérico mínimo:

$$-\sqrt{16} ; -3'21111... ; 3 \cdot 10^{-3} ; \sqrt[3]{64} ; -2'25 ; \frac{4}{3} ; \pi ; \sqrt{15}$$

b) Ordena de menor a mayor los tres primeros, utilizando el símbolo de orden

Operaciones con potencias

3º) Simplifica utilizando las propiedades de las potencias, transformando las potencias de forma que las bases sean números primos. Expresa el resultado con exponentes positivos.

$$a) \frac{10^{-5} \cdot 50}{400 \cdot 20^{-3}}$$

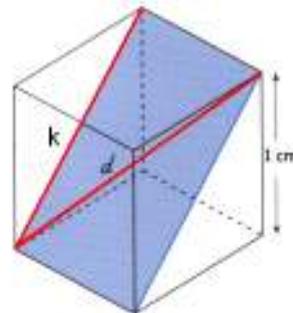
$$b) \frac{49 y^{-3} 5^{-3} \left(x^{\frac{1}{2}} \right)^8}{(-28)^3 \left(-\frac{1}{2} \right)^7 x^3} =$$

$$c) \left(\frac{7}{5} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{(-5)^{-3}}{7^{-3}} \right)^{-2} : \left(-\frac{5}{7} \right)^{-1} =$$

$$d) \left[\left(-\frac{2}{3} \right)^5 : \left(\frac{9}{4} \right)^{-\frac{3}{2}} \right]^{-2} =$$

Problemas números irracionales

- 4º) Los lados iguales de un triángulo isósceles miden el doble que la base, cuya longitud es de $\sqrt{3}$ m. Calcula el perímetro del triángulo, su altura y su área. Los resultados deben estar simplificados y expresar el valor exacto.
- 5º) Calcula el área total y el volumen de una pirámide cuadrangular que tiene por cara lateral un triángulo equilátero de lado $\sqrt{6}$ cm.
- 6º) En un cubo de arista 1 cm., calcula el valor exacto de:
 a) La diagonal de una cara (k)
 b) La diagonal del cubo (d)
 c) El área y el perímetro del rectángulo sombreado.



Intervalos

- 7º) Escribe el menor intervalo cerrado que, conteniendo al número $-\frac{4\pi}{3}$, tiene sus extremos en **Z**. Dibuja el intervalo y expresa su inecuación.

Operaciones con radicales

8º) Opera y simplifica:

- | | |
|-----------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|
| a) $\sqrt{20} - 2\sqrt{98} + \frac{1}{2}\sqrt{180} - \sqrt{18}$ | b) $\frac{1}{5}\sqrt{125} - 3\sqrt{3} + \sqrt{20} - \frac{1}{2}\sqrt{3}$ |
| c) $5\sqrt{45} - \frac{\sqrt{125}}{2} - 3\sqrt{80}$ | d) $\sqrt[4]{25} - \sqrt{80} + 3\sqrt[3]{125}$ |
| e) $2\sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{147} + 3\sqrt[4]{144}$ | f) $2\sqrt{12} - 4\sqrt{50} + \frac{1}{2}\sqrt{147} - 2\sqrt{18} =$ |

9º) Expresa en un único signo radical, sin exponentes negativos ni fraccionarios y extrayendo al máximo:

- | | | | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| a) $\frac{(\sqrt{3})^3 \sqrt[3]{\sqrt{3}}}{\sqrt[6]{3^5}} =$ | b) $\frac{\sqrt{\sqrt[3]{5^4}}}{(\sqrt[6]{5^5})^2 \cdot \sqrt{5}}$ | c) $\frac{\sqrt{16} \cdot \sqrt[6]{2}}{\sqrt[3]{2}}$ | d) $\frac{\sqrt{\sqrt[3]{2}} \cdot (\sqrt[3]{2})^5}{(\sqrt{\sqrt{32}})^3}$ |
| e) $\sqrt[3]{x^5} \sqrt{x^3} =$ | f) $\frac{\sqrt[4]{32} \cdot \sqrt[6]{24}}{\sqrt[5]{18}}$ | g) $\frac{\sqrt[3]{\frac{3}{5}} \cdot \sqrt[4]{\frac{5}{3}}}{\sqrt[12]{\frac{3}{5}}}$ | h) $\frac{\sqrt[3]{\frac{2}{7}} \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^{-1}}{\left(\sqrt[5]{\frac{2}{7}}\right)^5}$ |
| i) $\frac{\sqrt[5]{4} \cdot \sqrt[4]{64} \cdot \left(\sqrt[3]{\sqrt[5]{2}}\right)^2}{\sqrt[3]{\sqrt{16}}} =$ | j) $\sqrt[3]{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt[4]{\frac{a^3}{b^2}} \cdot \sqrt[6]{\frac{b^5}{a^7}} =$ | | |

10º) Racionaliza y simplifica:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \frac{-7}{3+\sqrt{3}} & \text{b) } \frac{5}{1+\sqrt{2}} & \text{c) } \frac{3}{2-3\sqrt{5}} & \text{d) } \frac{6}{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}} \\ \text{e) } \frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}+3} = & \text{f) } \frac{3-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} - \frac{3-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = & \text{g) } \frac{7}{3-\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{1}{2-\sqrt{3}} = \end{array}$$

Notación científica

- 11º) El Uranio 238 tarda $1,4 \cdot 10^{17}$ segundos en desintegrarse. ¿Cuántos siglos son esos segundos? Expresa el resultado en notación científica.
- 12º) El valor aproximado de la masa de la Tierra es $5,98 \cdot 10^{24}$ Kg y la masa del Sol $1,98 \cdot 10^{30}$ Kg ¿Cuántas veces es mayor la masa del Sol que la de la Tierra?
- 13º) El cabello humano crece, más o menos, un centímetro en un mes. Calcula la velocidad de crecimiento del cabello humano, expresando el resultado en km/h.
- 14º) Cuatro ciudades se encuentran en los vértices de un cuadrado. La distancia entre dos ciudades situadas en vértices contiguos es de $1,25 \cdot 10^8$ mm. Calcula la superficie de ese cuadrado.

Operaciones con polinomios

15º) Opera y simplifica:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } (5x-7)^2 - (5x-7)(-2x^3+7x-5) = & \text{b) } 3x^2 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x^2 \cdot (x^2+x-2) \\ \text{c) } (1-2x) \cdot \left(x^2 + \frac{1}{2}x - 3\right) - (x^3+x^2+2) & \text{d) } \left(-\frac{1}{3} - \frac{2}{5}x\right)^2 \quad \text{e) } \left(\frac{3}{5}x - \frac{1}{2}\right)^2 \\ \text{f) } 2(x^2-3x+1) - (-5x+2) \cdot (-2x^2+5) = & \text{g) } \left(\sqrt{2} + \frac{x}{2}\right) \cdot \left(\sqrt{2} - \frac{x}{2}\right) \\ \text{h) } \left(\frac{x}{2} + \sqrt{2}\right)^2 & \text{i) } \left(\frac{1}{2} - 2x\right)^2 \quad \text{j) } \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{x}{2} - \frac{1}{3}\right) \quad \text{k) } \left(-\frac{1}{2} + 3x\right)^2 \end{array}$$

- 16º) Calcula $2A(x) - B(x) \cdot C(x)$, siendo $A(x) = 2x^2 - 3x + 1$, $B(x) = -x + 3$ y $C(x) = x^2 - 2$

Teorema del resto

- 17º) Calcula k para que al dividir $x^4 - 2x^2 + kx + 1$ entre $x + 2$ tenga de resto 10
- 18º) Halla el valor de "m" para que el polinomio $P(x) = -x^3 + 2mx^2 - 12x + 4$, tenga por resto -13 al dividirlo entre $x + 3$.
- 19º) Calcula el valor de "m" para que el polinomio $P(x) = -x^2 - (m+1)x + 8$ sea divisible por $x+2$.

20°) Calcula el valor de “m” del polinomio $P(x) = x^4 - 7x^3 - mx + 2$ para que al dividirlo entre $x+2$ tenga de resto -40 .

21°) Calcula el valor de “m” del polinomio $P(x) = x^4 - mx^2 + 3x - 2$ para que sea divisible por $x+2$.

Factorización de polinomios

25°) Factoriza y calcula las raíces del polinomio:

a) $P(x) = x^3 - x^2 - 5x - 3$

b) $P(x) = 2x^4 + 3x^3 - 6x^2 - 13x - 6$

c) $P(x) = -3x^2 + \frac{3}{2}x$

d) $P(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 4$

e) $q(x) = 8x^3 - 16x^2 - 6x + 18$

f) $P(x) = x^4 + 3x^3 - x^2 - 3x$

g) $P(x) = x^3 - 6x^2 - x + 30$

h) $Q(x) = x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 20x + 28$

i) $Q(x) = 2x^4 - 10x^2$

j) $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 8x + 12$

k) $q(x) = 4x^3 - 6x^2 - 4x + 6$

l) $p(x) = 4x^3 - 16x^2 + 13x - 3$

m) $P(x) = 4x^3 + 8x^2 + x - 3$

n) $Q(x) = x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 24x + 63$

26°) Calcula en m.c.m. y el M.C.D. de los polinomios:

a) $x^3 - 9x$, $x^2 - 6x + 9$, $x^2 - 3x$

b) $x^3 - 4x$, $x^2 + 4x + 4$, $x^2 + 2x$

Fracciones algebraicas

27°) Opera y simplifica, al máximo:

a) $\frac{x}{2x-4} - \frac{x}{2x-2} - \frac{x}{x^2-3x+2} =$

e) $\frac{x+1}{x-2} + \frac{2+x}{x^2-4x+4} =$

b) $\frac{3x^2+x-2}{x^2-1} \cdot \frac{x^2-1}{6x-4} =$

f) $\left(x - \frac{1}{x^2}\right) \cdot \left(x + \frac{1}{x^2}\right) =$

c) $\frac{3-x}{6x} + \frac{2x}{3x-3} - \frac{x-1}{2x}$

g) $\left(\frac{3}{x-2} - \frac{4}{x-1}\right) : \frac{x-5}{4x}$

d) $\frac{x-2}{6x+6} - \frac{x-2}{2x+2} + \frac{3-x}{4x+4}$

h) $\left(\frac{1}{x-1} - \frac{2x}{x^2-1}\right) : \frac{x}{x+1} =$

Problemas de polinomios

28°) Escribe en forma de polinomio, cada uno de los enunciados siguientes, simplificando la expresión al máximo:

- a) Área del rectángulo de base x , y altura 5 cm más que la base.
 b) Área del triángulo equilátero de lado x .

29°) Escribe una ecuación polinómica de grado tres cuyas soluciones sean 0, 1 y 2.

Ecuaciones de primer grado

30°) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{15-2x}{4} + 3\left(x - \frac{x}{2}\right) = \frac{6x-1}{6}$

b) $\frac{x-1}{3} - \frac{2x+3}{2} = \frac{x}{3} - (x+1)$

Ecuaciones de segundo grado

31°) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{(x-9)^2}{14} = \frac{5}{2} + 1$

c) $\frac{x-2}{2} - \frac{(x-3) \cdot x}{3} = x - \frac{2}{3}$

b) $\frac{(x-1) \cdot (x+1)}{2} - \frac{x-5}{6} = \frac{2(x+1)}{3}$

d) $\left(\frac{2x}{3} + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} = 0$

Ecuaciones bicuadradas

32°) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $9x^4 - 6x^2 + 1 = 0$

c) $x^4 + 3x^2 - 10 = 0$

b) $x^4 - 7x^2 - 18 = 0$

d) $2x^4 - 5x^2 = 2x^2 + 4$

Ecuaciones con la x en el denominador

33°) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{5x-2}{x} + \frac{6-2x}{x^2-3x} = x+1$

c) $\frac{2}{x^2-1} - \frac{9}{x+1} = -9$

b) $\frac{x^2}{x+1} - \frac{x^3-1}{x^2-1} = -\frac{1}{x-1}$

d) $\frac{3x-5}{x^2-2x+1} - \frac{2-6x}{x^2-1} = \frac{6}{x-1}$

Ecuaciones radicales

34°) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2 + \sqrt{3x-6} = x$

c) $2\sqrt{2-x} + x = -1$

e) $\sqrt{2x-2} + 3x = 11$

b) $\sqrt{x^2-2x-1} = 2x-5$

d) $3x - \sqrt{x-1} = 5$

f) $2\sqrt{x+3} - x = 10 + 3x$

Ecuaciones que se pueden factorizar

35°) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x(x-3)(x+2) = -6$

b) $8x^3 - 16x^2 - 6x + 18 = 0$

Sistemas de ecuaciones lineales

36°) Resuelve los siguientes sistemas:

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \left. \begin{array}{l} 2(y-1) - \frac{x+1}{3} = -1 \\ \frac{x+y}{3} - \frac{y-x}{2} = \frac{3}{2} \end{array} \right\} \\
 \text{b) } \left\{ \begin{array}{l} \frac{x+3}{3} - \frac{3y+6}{2} = 1 \\ \frac{3x-2}{8} - \frac{2y-1}{4} = 1 \end{array} \right. \\
 \text{c) } \left\{ \begin{array}{l} \frac{3x+6}{2} - \frac{y+3}{3} = -1 \\ \frac{2x-1}{4} - \frac{3y-2}{8} = -1 \end{array} \right.
 \end{array}$$

Sistemas de ecuaciones no lineales

37°) Resuelve los siguientes sistemas:

$$\begin{array}{l}
 \text{a) } \left. \begin{array}{l} xy+2=4x \\ y-x=1 \end{array} \right\} \quad \text{b) } \left. \begin{array}{l} y^2-x^2=5 \\ \frac{10x+8}{3}=2y+\frac{10}{3} \end{array} \right\} \quad \text{c) } \left. \begin{array}{l} y=x^2-3x \\ y-2x+6=0 \end{array} \right\}
 \end{array}$$

Problemas de ecuaciones y sistemas

- 38°) Dos pares de zapatos y tres pares de deportivas cuestan 170€. Me han hecho un descuento del 25% en los zapatos y del 20% en las deportivas, así que sólo he pagado 132€ por todo. ¿Qué costaba cada par?
- 39°) En un triángulo rectángulo, uno de los catetos mide 2cm más que el otro y la hipotenusa mide 2cm más que el cateto mayor. Calcula la longitud de los tres lados del triángulo.
- 40°) En un triángulo isósceles la altura mide 2 cm más que la base. Sabiendo que el área es de 60 cm², halla la medida de los lados.
- 41°) Se tiene un cuadrado cuyo lado es 3 cm mayor que el lado de otro cuadrado. Si entre los dos cuadrados tienen 149 cm² de área, calcula el área de cada uno de ellos.
- 42°) Una persona compra un equipo de música y un ordenador por 2500 € y los vende, después de algún tiempo, por 2157,5 €. Con el equipo de música perdió el 10% de su valor, y con el ordenador, el 15%. ¿Cuánto le costó cada objeto?
- 43°) Tres segmentos miden, respectivamente, 8, 22 y 24 cm. Si a los tres segmentos les añadimos una misma longitud, el triángulo construido con ellos es rectángulo. Hallar dicha longitud.
- 44°) En un triángulo rectángulo el lado mayor es 4 cm más largo que el mediano, el cual, a su vez es 4 cm mas largo que el pequeño. Calcula la longitud de sus lados.

- 45°) Marta quiere hacer el marco de un cuadro con un listón de madera de 2 metros sin que sobre ni falte madera. Si el cuadro es rectangular y tiene una superficie de 24 dm^2 , ¿de qué longitud deben ser los trozos que debe cortar?
- 46°) Se quiere aprovechar un antiguo estanque circular de 13 metros de diámetro para convertirlo en una piscina rectangular, de forma que un lado tenga 7 metros más que el otro y que la diagonal del rectángulo coincida con el diámetro del estanque. ¿Cuáles serían las dimensiones de la piscina?
- 47°) Halla las dimensiones de un rectángulo que tiene 16 cm. de perímetro y $\sqrt{34}$ cm. de diagonal.
- 48°) El área de un jardín rectangular mide 900 m^2 y está rodeado por un paseo de 5 m de ancho, cuya área es de 850 m^2 . Calcula las dimensiones del jardín.
- 49°) Un grupo de estudiantes organiza una excursión para lo cual alquilan un autocar cuyo precio es de 540 €. Al salir, no se presentan 6 estudiantes y esto hace que cada uno de los otros pague 3 € más. Calcula el número de estudiantes que fueron a la excursión y que cantidad pagó cada uno.
- 50°) La diagonal de un rectángulo mide 2 cm más que uno de los lados. Calcula las dimensiones del rectángulo sabiendo que su perímetro es de 14 cm.

Inecuaciones primer grado

51°) Resuelve las siguientes inecuaciones:

$$\text{a) } \frac{3(x-1)}{2} - 4x < 1 - \left(x + \frac{1}{2}\right) \qquad 52^\circ) \text{ b) } x - \frac{1}{2} \leq 1 - \frac{x+1}{3}$$

Inecuaciones segundo grado

53°) Resuelve las siguientes inecuaciones:

$$\text{a) } x^2 + 3x - 6 > 8 - 2x \qquad 54^\circ) \text{ b) } 2x + 5 \leq x^2 - 2x - 16$$

Sistemas de inecuaciones

55°) Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} (x+2)^2 - (x-3)^2 \leq 1 \\ \frac{x}{2} - \frac{x+1}{3} \geq 1 + 6x \end{array} \right\}$$

$$\text{b) } \left\{ \begin{array}{l} \frac{2x-1}{6} - \frac{x+2}{3} < 5 - \frac{x+3}{2} \\ 3(x-2) - 4x \leq 15 \end{array} \right.$$

$$\text{c) } \left. \begin{array}{l} 2x - x(x+3) \leq 7 - x^2 \\ \frac{2x-1}{2} - \frac{3x+1}{6} > 1 - \frac{x+1}{3} \end{array} \right\}$$

$$\text{d) } \left\{ \begin{array}{l} (x-1)^2 - (x+2)^2 \leq 1 \\ \frac{2x-3}{2} - \frac{x+1}{3} > 5 - \frac{x+1}{6} \end{array} \right.$$

Dominio de definición de una función

56º) Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{-6}{x^2 - 4x}$

b) $f(x) = \frac{3x}{x^2 - 5x + 6}$

c) $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 - 2x^2 - x - 2}$

d) $f(x) = \frac{-6x^2 - 7x + 5}{x^2 - 25}$

e) $f(x) = \sqrt{2 - x - x^2}$

f) $y = \frac{3}{5x + 2x^2}$

g) $y = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$

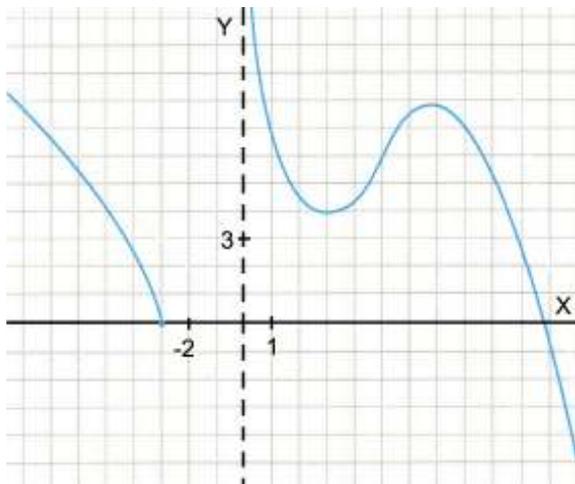
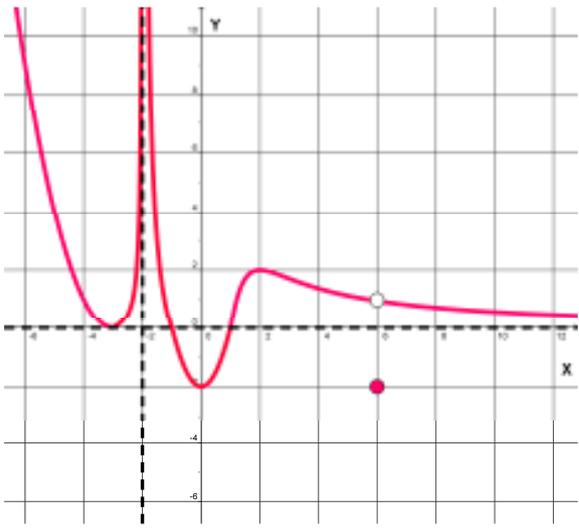
h) $y = -\sqrt{x^2 - 10}$

i) $f(x) = \frac{-6x^2 - 7x + 5}{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}$

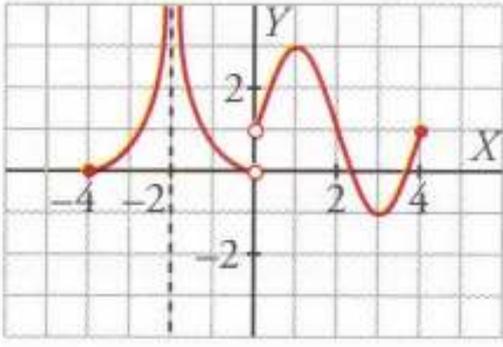
j) $f(x) = \frac{-6}{\sqrt{x^2 - 4x}}$

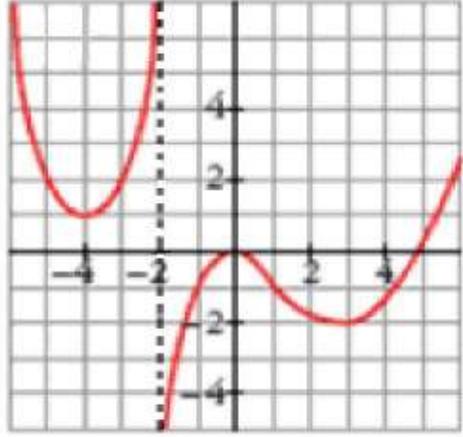
Interpretación gráfica de una función

57º) Indica las siguientes propiedades de las funciones:

<p>a) Dominio b) Recorrido c) Puntos de corte con los ejes d) Intervalos de crecimiento y decrecimiento e) Máximos y mínimos relativos y absolutos f) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) =$ g) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$ h) Asíntotas horizontales y verticales i) Continuidad j) $f(-4)$, $f(3)$ k) Si $f(x) = 4$, ¿cuánto vale x?</p>	
	<p>a) Dominio b) Recorrido c) Puntos de corte con los ejes d) Intervalos de crecimiento y decrecimiento e) Máximos y mínimos relativos y absolutos f) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) =$ g) $\lim_{x \rightarrow 6^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 6^-} f(x) =$ h) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$ i) Asíntotas horizontales y verticales j) Continuidad. Tipo de discontinuidad. k) $f(-2)$, $f(6)$ l) Si $f(x) = 1$, ¿cuánto vale x?</p>
<p>a) Dominio b) Recorrido c) Puntos de corte con los ejes d) Intervalos de crecimiento y decrecimiento e) Máximos y mínimos relativos y absolutos f) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) =$ g) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$ h) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$ i) Asíntotas horizontales y verticales j) Continuidad. Tipo de discontinuidad.</p>	

<p>k) $f(-2)$, $f(0)$, $f(2)$ l) Si $f(x) = 2$, ¿cuánto vale x?</p>	
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

	<p>a) Dominio b) Recorrido c) Puntos de corte con los ejes d) Intervalos de crecimiento y decrecimiento e) Máximos y mínimos relativos y absolutos f) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) =$ g) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$ h) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$ i) Asíntotas horizontales y verticales j) Continuidad. Tipo de discontinuidad. k) $f(-2)$, $f(0)$, $f(2)$, $f(-4)$, $f(4)$, $f(3)$ l) Si $f(x) = 1$, ¿cuánto vale x?</p>
-----------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<p>a) Dominio b) Recorrido c) Puntos de corte con los ejes d) Intervalos de crecimiento y decrecimiento e) Máximos y mínimos relativos y absolutos f) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) =$ g) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$ h) Asíntotas horizontales y verticales i) Continuidad. Tipo de discontinuidad. j) $f(-2)$, $f(0)$, $f(2)$, $f(-4)$, $f(4)$, $f(3)$ k) Si $f(x) = 1$, ¿cuánto vale x?</p>	
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------

Parábolas

58º) Representa gráficamente las siguientes parábolas:

a) $y = 5x^2 - 5x - 10$

c) $y = -x^2 - 4x + 5$

e) $y = -x^2 + 6x - 8$

b) $y = -3x^2 - 3x - 6$

d) $y = -x^2 + 2x + 8$

f) $y = -2x^2 - 5x + 3$

Funciones definidas a trozos

59°) Representa las siguientes funciones definidas a trozos:

$$a) f(x) = \begin{cases} -2x^2 - 5x + 3, & \text{si } x < \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}, & \text{si } x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

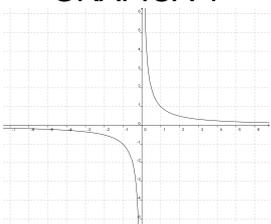
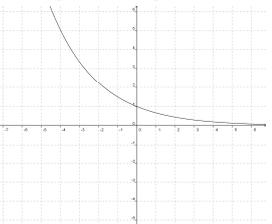
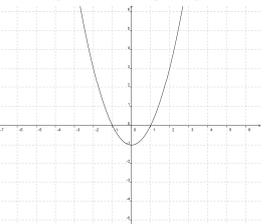
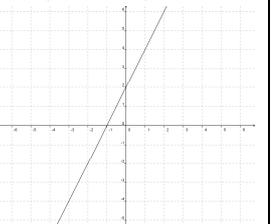
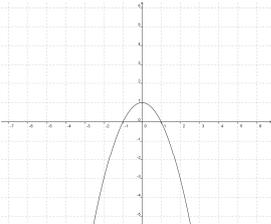
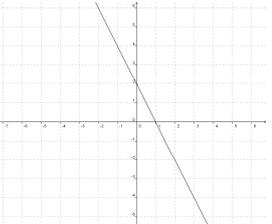
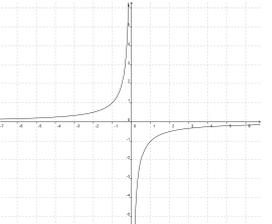
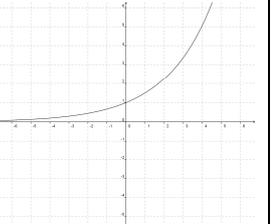
$$c) f(x) = \begin{cases} -x^2 - x + 6, & \text{si } x \leq 2 \\ -\frac{2}{3}x + \frac{14}{3}, & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} -x^2 - 4x + 5, & \text{si } x < 1 \\ 2x - 1, & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

$$d) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} + x - \frac{3}{2}, & \text{si } x < 1 \\ -2x^2 + 8x - 6, & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Funciones elementales

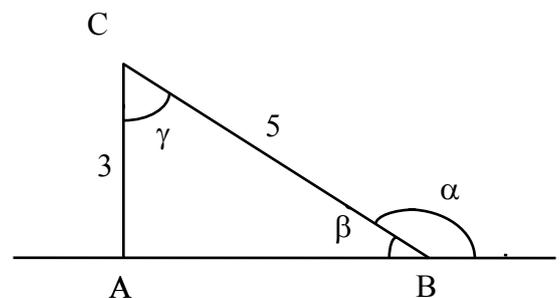
60°) Relaciona la expresión algebraica de las siguientes funciones con su gráfica correspondiente:

FUNCIÓN A: $y = \frac{1}{x}$	FUNCIÓN B: $y = -x^2 + 1$	FUNCIÓN C: $y = -\frac{1}{x}$	FUNCIÓN D: $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$
FUNCIÓN E: $y = -2x + 2$	FUNCIÓN F: $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$	FUNCIÓN G: $y = x^2 - 1$	FUNCIÓN H: $y = 2x + 2$
GRÁFICA 1 	GRÁFICA 2 	GRÁFICA 3 	GRÁFICA 4 
GRÁFICA 5 	GRÁFICA 6 	GRÁFICA 7 	GRÁFICA 8 

Triángulos rectángulos

62°) En el siguiente triángulo rectángulo calcula:

- | | |
|-----------------------------------|--------------------------------------|
| a) $\text{sen } \gamma$ | b) $\text{sen } \beta$ |
| c) $\text{sen } (\alpha + \beta)$ | d) $\text{cos } (90^\circ - \gamma)$ |
| e) $\text{tg } \gamma$ | f) $\text{tg } \beta$ |

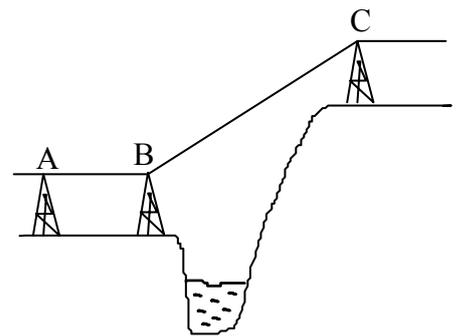


63°) Calcula el perímetro y el área de un triángulo rectángulo con un ángulo de 34° si la hipotenusa mide 16 cm.

- 64°) Mirando un mapa topográfico averiguamos que las cotas de las cimas de dos montes son de 567 m y 648 m respectivamente. Desde el más bajo de los dos, se ve la cima del otro bajo un ángulo de 12° , ¿cuál es la distancia (en línea recta) que separa las dos cimas? (Sol: 389,59 m)
- 65°) Colocados a cierta distancia del pie de un árbol vertical, se ve bajo un ángulo de 60° . ¿Bajo qué ángulo se verá el árbol si nos colocamos a una distancia triple?
- 66°) Una escalera de 4 metros está apoyada contra la pared. ¿Cuál será su inclinación si su base dista 2 metros de la pared? (Sol: 60°)
- 67°) Un camino forestal tiene una pendiente de 16° . ¿Qué altura vertical ascenderemos al recorrer 83 m de camino? (Sol: 22,87 m)
- 68°) Una persona de 1,76 m proyecta una sombra de 1,21 m. Calcular el ángulo que forma el sol con el horizonte. En ese mismo instante la sombra de un árbol mide 2,37 m. ¿Cuánto mide el árbol? (Solución: 3,45 m)

Estrategia de la altura (doble visual)

- 69°) Se quiere montar un tendido eléctrico como el señalado en el dibujo. Necesitamos saber cuántos metros de cable son necesarios para conectar B y C y salvar el barranco. Para ello sólo conocemos la distancia entre las torres A y B, que es de 200 m; con ayuda de un goniómetro, desde el punto A, medimos el ángulo que forma la visual a C con la horizontal: 30° . Repitiendo la medida en B, el ángulo que forma ahora la visual a C con la horizontal es de 60° . ¿Cuántos metros de cable se necesitan para unir B y C? (Solución: 200 m)

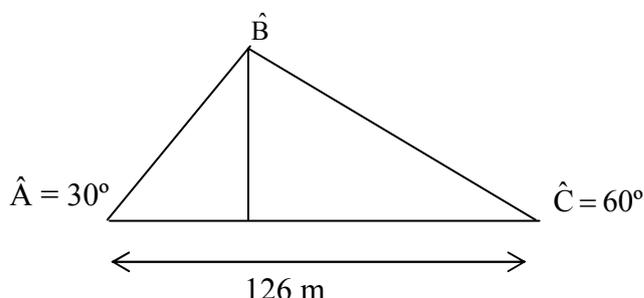


- 70°) Desde el punto medio de la distancia entre dos torres A y B, se ven los puntos más altos de cada uno, bajo ángulos de 30° y 60° respectivamente. Si A tiene una altura de 40 m, halla la altura de B y la distancia entre ambas torres. (Solución: 120 m; 138,56 m)
- 71°) La chimenea de una fábrica mide 10 m y está situada sobre el tejado del edificio. Nos situamos frente a éste, a una cierta distancia. Desde ahí, se observa la base de la chimenea bajo un ángulo de 53° y su extremo superior bajo un ángulo de 63° . ¿A qué distancia estamos del edificio? ¿Cuál es su altura total?

72°) Determina la altura de un árbol si desde un punto situado a una cierta distancia de su base se observa su copa con un ángulo de 65° , y si nos alejamos 100 metros se ve la copa con un ángulo de 54°

73°) Una antena de radio está sujeta al suelo con dos tirantes de cable de acero, como indica la figura. Calcula:

- La altura de la antena
- La longitud de los cables
- El valor del ángulo \hat{B}



Razones trigonométricas de ángulos cualesquiera

74°) Dibuja el ángulo y calcula el valor exacto de todas sus razones trigonométricas, sabiendo que:

a) $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$ $\sec \alpha = \sqrt{5}$ y $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ (Sol: $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\operatorname{tg} \alpha = 2$)

b) $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}$ y $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ (Sol: $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$)

c) $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$ y $\sin \alpha < 0$ (Sol: $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$)

d) $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{1}{4}$ y $\cos \alpha < 0$ (Sol: $\sin \alpha = \frac{\sqrt{17}}{17}$, $\cos \alpha = -\frac{4\sqrt{17}}{17}$, $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{1}{4}$)

e) $\sin \alpha = \frac{1}{5}$ y $\alpha \in \text{I cuadrante}$

f) $\operatorname{tg} \alpha = 3$ y $\sin \alpha < 0$

g) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ y $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ (Sol: $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\operatorname{tg} \alpha = 1$)

Cambio de cuadrante

75°) Calcula el valor exacto de:

a) $\frac{1}{2} \cdot \sin 120^\circ + \cos^2 225^\circ - \operatorname{tg} 315^\circ$

b) $\frac{1}{2} \cdot \sin 210^\circ + \cos^2 135^\circ - \sqrt{3} \cdot \operatorname{tg} 300^\circ$

76°) Expresa las siguientes razones trigonométricas en función de razones trigonométricas de ángulos situados en el primer cuadrante:

- | | | | |
|----------------------------------|---------------------|----------------------------------|------------------------|
| a) $\cos 124^\circ$ | e) $\cos 340^\circ$ | i) $\cos 340^\circ$ | m) $\sen 249^\circ$ |
| b) $\cos 236^\circ$ | f) $\cos 108^\circ$ | j) $\operatorname{tg} 110^\circ$ | n) $\cos (-210^\circ)$ |
| c) $\operatorname{tg} 304^\circ$ | g) $\sen 108^\circ$ | k) $\operatorname{tg} 290^\circ$ | o) $\sen (-40^\circ)$ |
| d) $\sen 250^\circ$ | h) $\sen 250^\circ$ | l) $\sen 1.555^\circ$ | |

Problemas

77°) Calcula el área de un pentágono regular inscrito en una circunferencia de radio 10 cm. (Solución: $237,84 \text{ cm}^2$)

78°) En una circunferencia de 12 cm de radio, se traza una cuerda de 13 cm. Calcula el valor del ángulo central que abarca dicha cuerda.