EJERCICIOS REPASO FUNCIoNES 3º ESO

A. Información acerca de las rectas.

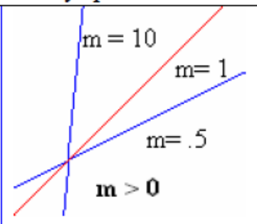
La pendiente de una recta que pasa a través de los puntos (x_1, y_1), y (x_2, y_2) (donde $x_1 \neq x_2$) es $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

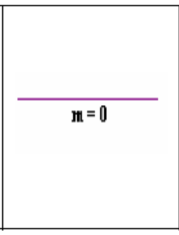
Dos rectas son perpendiculares cuando el producto de sus pendientes es -1. Si una recta L_1 tiene pendiente m_1 = 2 y es perpendicular a la recta L_2, entonces $m_1 m_2$ = -1. De donde la pendiente de la recta L_2 es m_2 = -1/2.

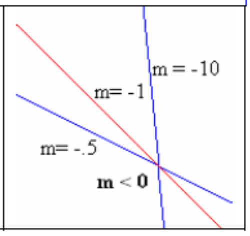
La ecuación de recta que pasa a través de (x_1, y_1) con pendiente m es: $y - y_1 = m(x - x_1)$.

La ecuación de la recta con pendiente **m** e intersección y en **b** es: $y = mx + b$. La pendiente **m** nos indica hacia donde y que tanto se inclina la recta.

Si **m** > **0**, la recta se inclina hacia la derecha.
Si **m** < **0**, la recta se inclina hacia la izquierda.
Si **m** = **0**, la recta es horizontal.







Problema. 25.

Graficar la función lineal $f(x) = -\dfrac{1}{2}x + 4$.

Solución: para graficar una función lineal se necesita encontrar dos puntos que satisfagan la ecuación y unirlos con una línea recta. Como la gráfica de una función lineal es una línea recta, todos los puntos que satisfacen la ecuación deben estar en la línea. Los dos puntos que encontraremos serán las intersecciones de la línea recta con los ejes coordenados x e y. La intersección x es el punto donde la grafica cruza el eje x; la intersección y es donde la recta cruza el eje y. Como la recta cruza el eje y donde x = 0, la coordenada x de la intersección y es siempre 0. La coordenada y de la intersección y se obtiene, entonces, simplemente igualando x a cero y resolviendo la ecuación para y.

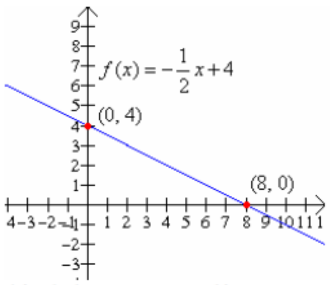
$$y = f(0) = -\frac{1}{2}(0) + 4 = 4$$

Para hallar la intersección con el eje x, hacemos y = 0 y resolvemos para x:

$$0 = -\frac{1}{2}x + 4$$

$$\frac{1}{2}x = 4$$

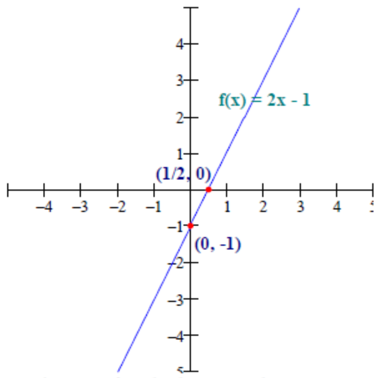
$$x = 8$$



Entonces graficando los puntos (0, 4) y (8, 0) y uniéndolos con una línea recta, tenemos la gráfica de arriba. La pendiente de esta recta es m = -1/2.

Problema. 26.

Trazar la gráfica de la función f (x) = 2 x – 1.



Solución: Una forma de encontrar la grafica de una ecuación lineal es encontrar dos puntos por los cuales pasa la recta. Si estos puntos son las intersecciones con los ejes coordenados, tendremos bien ubicada la posición de la recta. Para encontrar la intersección con el eje ***y*** evaluamos la función en x = 0 y obtenemos f(0) = 2(0) – 1 = -1. Para encontrar la intersección con el eje y, hacemos y = 0, es decir 0 = 2x – 1. Despejamos la variable x obtenemos x = ½.

En conclusión, obtenemos que las intercepciones con los ejes están dadas por los puntos (0, -1) y (½., 0). La pendiente de esta recta es m = 2.

Problema. 27.

Las ventas de una fabrica de productos químicos local crecieron de \$6 500 000 en 1980 a \$ 11 000 000 en 1990. Suponiendo que las ventas se aproximan a una función lineal (V(t) = mt + b), exprese las ventas S como una función de tiempo *t*.

Solución: Haciendo 0 = 1980 y 10 = 1990 se tiene que la pendiente de la recta es:

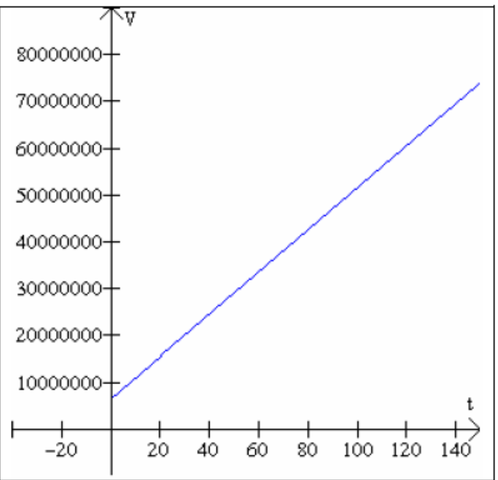
$$m = \frac{1100000 - 6500000}{10 - 0} = \frac{450000}{10} = 450000$$

Sustituyendo por V = 6500000 en t = 0

650000 = m(0) + b, se obtiene

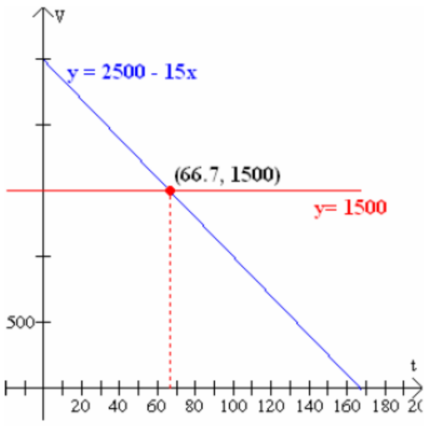
b = 6500000. De donde la función es:

V(t) = 450000t + 500000.



Problema. 28.

Una nutricionista desea mezclar granos de \$10.00 el kilo, con otros de \$25, con el, fin de obtener 100 kilos de una mezcla de \$ 15 el kilo. ¿Cuánto de cada uno de los granos debe ir en la mezcla?



Solución: Sea x = la cantidad de granos de \$ 10.00; entonces (100 – x) será la cantidad de granos de \$ 25.00 y

m(x) = 10x + 25 (100 – x) = 2500 – 15x

Sustituyendo el valor de la mezcla deseada para m,

15(100) = 2500 – 15x

15x = 2500-1500 = 1000

x = 1000/15 = 66.7 kilos de \$10.00

100-x =100 – 66.7 = 33.3 kilos de \$25.00

1 Resuelve gráficamente el siguiente sistema lineal y clasifícalo según el número de soluciones:

$$\left.\begin{aligned} 2x + \ \ y &= 3 \\ x - 3y &= 5 \end{aligned}\right\}$$

Solución:

Primera ecuación:

$2x + y = 3$

$y = 3 - 2x$

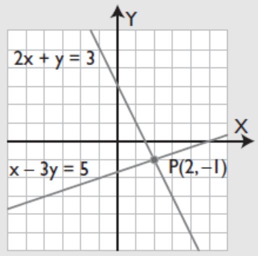
x	y	
0	3	$\Rightarrow A(0, 3)$
1	1	$\Rightarrow B(1, 1)$

Segunda ecuación:

$x - 3y = 5$

$x = 3y + 5$

x	y	
5	0	$\Rightarrow C(5, 0)$
-4	-3	$\Rightarrow D(-4, -3)$



Solución $x = 2, y = -1$

Como tiene una solución, el sistema es compatible determinado

2 Clasifica mentalmente el siguiente sistema lineal y resuélvelo gráficamente para comprobarlo:

$$\left.\begin{aligned} 2x - 2y &= 3 \\ -x + \ \ y &= 3 \end{aligned}\right\}$$

LA PARÁBOLA

Problema. 31.

Graficar la función $f(x) = -4x^2 + 12x - 8$.

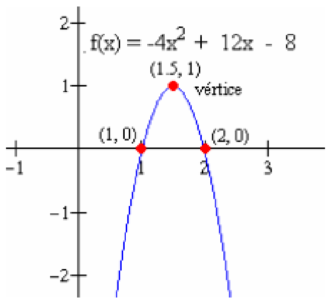
En primer lugar, en este caso los valores de los parámetros de la cuadrática son $a = -4$, $b = 12$ y $c = -8$. Ahora, la gráfica es una parábola que se abre hacia abajo puesto que el coeficiente de x^2 es negativo. Su vértice tiene coordenada x dada por $-\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{12}{2(-4)} = \dfrac{-12}{-8} = \dfrac{3}{2}$

y su coordenada y es $f\left(\dfrac{3}{2}\right) = -4\left(\dfrac{3}{2}\right)^2 + 12\left(\dfrac{3}{2}\right) - 8 = 1$.

Las raíces de la parábola se encuentran con la fórmula general

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-12 \pm \sqrt{(12)^2 - 4(-4)(-8)}}{2(-4)} = \frac{-12 \pm \sqrt{16}}{-8} = \frac{-12 \pm 4}{-8}$$

De donde se obtienen los valores de dos raíces de la cuadrática, $x = 1$ y $x = 2$. Así, las intersecciones con el eje x, son $(1, 0)$ y $(2, 0)$.



Problema. 34.

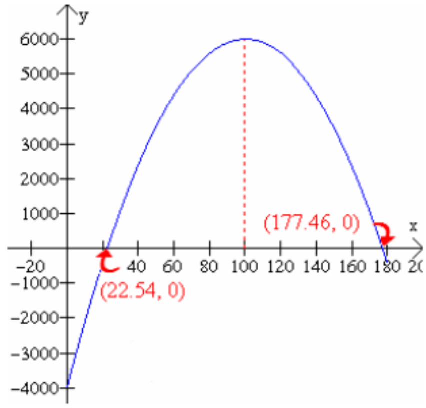
Las ganancias G de una fábrica de reactivos químicos para cada unidad x vendida se ha calculado como

$$G(x) = 200 - x^2 - 4000$$

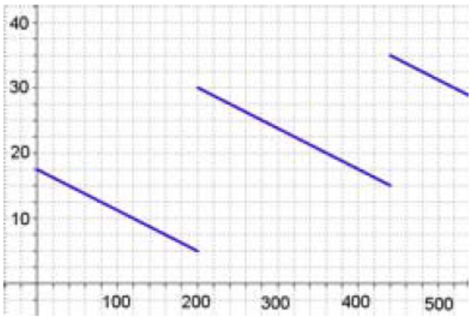
la cual, completando el cuadrado, se puede expresar como

$G(x) = -(x - 100)^2 + 6000$

La gráfica de G es una parábola que abre hacia abajo, con vértice en (100, 6000), que significa que, cuando se venden 100 unidades, la ganancia se maximiza en $ 6000.



10. El gráfico muestra cómo varía la gasolina que hay en mi coche durante un viaje de 520 km por una autovía.

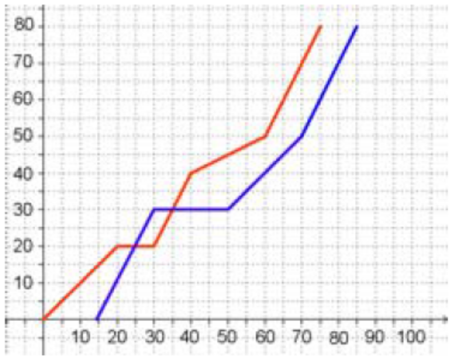


a) ¿Cuánta gasolina había al cabo de 240 km?. En el depósito caben 40 litros, ¿cuándo estaba lleno más de medio depósito?.

b) ¿En cuántas gasolineras paré?, ¿en qué gasolinera eché más gasolina?. Si no hubiera parado, ¿dónde me habría quedado sin gasolina?

c) ¿Cuánta gasolina usé en los primeros 200 km?. ¿Cuánta en todo el viaje?. ¿Cuánta gasolina gasta el coche cada 100 km en esta autovía?.

12. El gráfico da el espacio recorrido por dos coches que realizan un mismo trayecto.

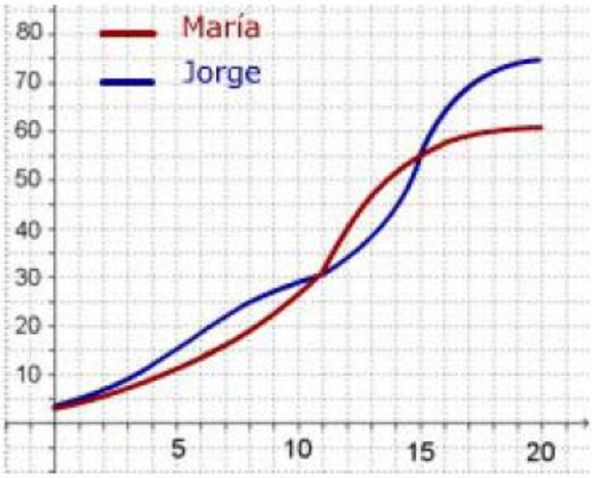


a) ¿Cuál es la distancia recorrida?. ¿Si el primer coche salió a las 10:00, a qué hora salió el 2º?. ¿Cuánto le costó a cada uno hacer el recorrido?

b) ¿Cuánto tiempo y dónde estuvo parado cada coche?. ¿En qué km adelantó el 2º al 1º?, ¿y el 1º al 2º?.

c) ¿Qué velocidad media llevaron en el trayecto total?, ¿en qué tramo la velocidad de cada coche fue mayor?.

11. María y Jorge son dos personas más o menos típicas. En la gráfica puedes comparar como ha crecido su peso en sus primeros 20 años

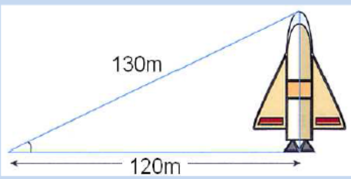


a) ¿Cuánto pesaba Jorge a los 8 años?, ¿y María a los 12?. ¿Cuándo superó Jorge los 45 kg?.

b) ¿A qué edad pesaban los dos igual?. ¿Cuándo pesaba Jorge más que María?, ¿y María más que Jorge?

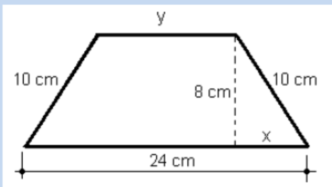
c) ¿Cuál fue el promedio en kg/año de aumento de peso de ambos entre los 11 y los 15 años?. ¿En qué periodo creció cada uno más rápidamente?

2. Cálculo de un lado en un triángulo rectángulo.



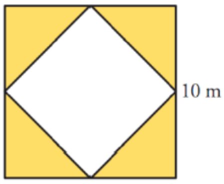
- Saber utilizar el teorema de Pitágoras para calcular el cateto o la hipotenusa de un triángulo rectángulo en el que conocemos dos de sus lados.

3. Cálculo de longitudes en una figura plana.



- Saber determinar triángulos rectángulos en distintas figuras del plano para calcular, a través de Pitágoras, ciertas medidas desconocidas, asociadas a las figuras.

Ejercicio 51. En un cuadrado de lado 10 centímetros se inscribe otro más pequeño que apoya sus vértices en los puntos medios de los lados del cuadrado mayor. ¿Cuál es el perímetro del cuadrado menor?



Ejercicio 52. Halla el perímetro del trapecio de la figura.