

EJERCICIOS RECUPERACIÓN 2ª EVALUACIÓN 4º EE

Nº 56 (pág. 70) Calcula las raíces de estos polinomios.

- | | |
|----------------------------|------------------------------------|
| a) $x^3 - 9x^2 + 26x - 24$ | a) Raíces: $x = 2, x = 3, x = 4$ |
| b) $x^3 - 2x^2 - 3x$ | b) Raíces: $x = 0, x = -1, x = 3$ |
| c) $x^4 - x^2 - x + 1$ | c) Raíz: $x = 1$ |
| d) $x^3 + x^2 - 9x - 9$ | d) Raíces: $x = -1, x = -3, x = 3$ |
| e) $x^2 - x - 2$ | e) Raíces: $x = -1, x = 2$ |
| f) $x^2 + x$ | f) Raíces: $x = -1, x = 0$ |
| g) $4x^2 - 2x$ | g) Raíces: $x = 0,$ |
| h) $x^2 - 4x + 4$ | h) Raíz doble: $x = 2$ |

Nº 66 (pág. 70) Descompón en factores los siguientes polinomios, sacando factor común.

- | | |
|--------------------|--------------------------|
| a) $8x^3 - 4x$ | a) $4x \cdot (2x^2 - 1)$ |
| b) $18x^3 + 14x^2$ | b) $2x^2 \cdot (9x + 7)$ |
| c) $9x^2 + 12x$ | c) $3x \cdot (3x + 4)$ |
| d) $x^6 - 4x^3$ | d) $x^3 \cdot (x^3 - 4)$ |
| e) $x^3 + 7x^2$ | e) $x^2 \cdot (x + 7)$ |
| f) $x^4 - x^3$ | f) $x^3 \cdot (x - 1)$ |

Nº 68 (pág. 71) Factoriza los siguientes polinomios.

- | | |
|----------------------------|--|
| a) $x^2 + 5x + 6$ | a) $(x + 3) \cdot (x + 2)$ |
| b) $x^2 + x - 12$ | b) $(x - 3) \cdot (x + 4)$ |
| c) $x^2 + 11x + 24$ | c) $(x + 3) \cdot (x + 8)$ |
| d) $x^2 + 2x - 24$ | d) $(x + 6) \cdot (x - 4)$ |
| e) $x^3 - 13x + 12$ | e) $(x - 3) \cdot (x - 1) \cdot (x + 4)$ |
| f) $x^3 - 5x^2 - x + 5$ | f) $(x - 5) \cdot (x - 1) \cdot (x + 1)$ |
| g) $x^3 + 4x^2 - 11x - 30$ | g) $(x + 2) \cdot (x - 3) \cdot (x + 5)$ |
| h) $x^3 + 8x^2 - 32x - 60$ | h) No es posible |

Nº 69 (pág. 71) Descompón factorialmente.

- | | |
|-------------------------------|--|
| a) $x^3 + x^2 - 6$ | a) No es posible |
| b) $x^4 - x^2$ | b) $x^2 \cdot (x + 1) \cdot (x - 1)$ |
| c) $2x^2 - 3x^3$ | c) $x^2 \cdot (2 - 3x)$ |
| d) $3x^2 + 12x + 12$ | d) $3 \cdot (x + 2)^2$ |
| e) $x^4 - 2x^3 - 11x^2 + 12x$ | e) $x \cdot (x + 3) \cdot (x - 1) \cdot (x - 4)$ |
| f) $x^5 - x^4 - 19x^3 + 4x^2$ | f) $x^2 \cdot (x + 4) \cdot (x^2 - 5x + 1)$ |
| g) $18x^3 + 48x^2 + 32x$ | g) $2x \cdot (3x + 4)^2$ |
| h) $48x^2 + 24x + 3$ | h) $3 \cdot (4x + 1)^2$ |

EJERCICIO 9 : Resuelve las siguientes ecuaciones:

- | | | |
|---|---|--|
| 1) $\frac{4x^2 - 4x}{3} - x = x^2 - \frac{3x + 4}{3}$ | 2) $x^4 - 11x^2 + 28 = 0$ | 3) $x^2 + \frac{15}{4} = \frac{3x^2 - x + 3}{4} + 3$ |
| 4) $x^4 - 21x^2 - 100 = 0$ | 5) $x(x + 4) - 5 = \frac{x(x - 1)}{3}$ | 6) $x^4 - 48x^2 - 49 = 0$ |
| 7) $\sqrt{3x + 16} = 2x - 1$ | 8) $\sqrt{x + 5} - x = 3$ | 9) $\frac{4x}{x + 2} + \frac{x}{x - 2} = \frac{14}{3}$ |
| 10) $\frac{3}{x} + \frac{2}{x + 4} = \frac{11}{6}$ | 11) $\frac{2}{x - 1} + \frac{x - 2}{x + 1} = \frac{5}{4}$ | 12) $x + 4 = \sqrt{4x + 12}$ |

Solución:

$$1) \frac{4x^2 - 4x}{3} - x = x^2 - \frac{3x+4}{3}; \frac{4x^2 - 4x}{3} - \frac{3x}{3} = \frac{3x^2}{3} - \frac{3x+4}{3}; 4x^2 - 4x - 3x = 3x^2 - 3x - 4$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0; x = \frac{4 \pm \sqrt{16-16}}{2} = \frac{4}{2} = 2; \text{Solución: } x = 2$$

$$2) x^4 - 11x^2 + 28 = 0 \quad \text{Cambio: } x^2 = z \rightarrow x^4 = z^2 \quad z^2 - 11z + 28 = 0$$

$$z = \frac{11 \pm \sqrt{121-112}}{2} = \frac{11 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{11 \pm 3}{2} \rightarrow \begin{cases} z=7 \rightarrow x = \pm\sqrt{7} \\ z=4 \rightarrow x = \pm 2 \end{cases}$$

$$\text{Cuatro soluciones: } x_1 = -\sqrt{7}, \quad x_2 = \sqrt{7}, \quad x_3 = -2, \quad x_4 = 2$$

$$3) x^2 + \frac{15}{4} = \frac{3x^2 - x + 3}{4} + 3; \frac{4x^2}{4} + \frac{15}{4} = \frac{3x^2 - x + 3}{4} + \frac{12}{4}; 4x^2 + 15 = 3x^2 - x + 3 + 12$$

$$x^2 + x = 0; x(x+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x+1=0 \rightarrow x=-1 \end{cases}$$

$$4) x^4 - 21x^2 - 100 = 0 \quad \text{Cambio: } x^2 = z \rightarrow x^4 = z^2 \quad z^2 - 21z - 100 = 0$$

$$z = \frac{21 \pm \sqrt{441 + 400}}{2} = \frac{21 \pm \sqrt{841}}{2} = \frac{21 \pm 29}{2} \rightarrow \begin{cases} z = 25 \rightarrow x = \pm 5 \\ z = -4 \text{ (no vale)} \end{cases} \quad \text{Dos soluciones: } x_1 = -5, x_2 = 5$$

$$5) x(x+4) - 5 = \frac{x(x-1)}{3}; x^2 + 4x - 5 = \frac{x^2 - x}{3}; 3x^2 + 12x - 15 = x^2 - x$$

$$2x^2 + 13x - 15 = 0; x = \frac{-13 \pm \sqrt{169 + 120}}{4} = \frac{-13 \pm \sqrt{289}}{4} = \frac{-13 \pm 17}{4} \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{-30}{4} = \frac{-15}{2} \end{cases}$$

$$6) x^4 - 48x^2 - 49 = 0 \quad \text{Cambio: } x^2 = z \rightarrow x^4 = z^2 \quad z^2 - 48z - 49 = 0$$

$$z = \frac{48 \pm \sqrt{2304 + 196}}{2} = \frac{48 \pm \sqrt{2500}}{2} = \frac{48 \pm 50}{2} \rightarrow \begin{cases} z = 49 \rightarrow x = \pm 7 \\ z = -1 \text{ (no vale)} \end{cases} \quad \text{Dos soluciones: } x_1 = -7, x_2 = 7$$

$$7) \sqrt{3x+16} = 2x-1; 3x+16 = (2x-1)^2; 3x+16 = 4x^2 + 1 - 4x; 0 = 4x^2 - 7x - 15$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 240}}{8} = \frac{7 \pm \sqrt{289}}{8} = \frac{7 \pm 17}{8} \rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{-10}{8} = \frac{-5}{4} \end{cases}$$

Comprobación:

$$x = 3 \rightarrow \sqrt{25} = 5 \rightarrow x = 3 \text{ sí vale.}$$

$$x = \frac{-5}{4} \rightarrow \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2} \neq \frac{-7}{2} \rightarrow x = \frac{-5}{4} \text{ no vale.}$$

Hay una solución: $x = 3$

$$8) \sqrt{x+5} - x = 3; \sqrt{x+5} = 3+x; x+5 = 9+x^2+6x; 0 = x^2+5x+4$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-5 \pm 3}{2} \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -4 \end{cases}$$

Comprobación:

$$x = -1 \rightarrow \sqrt{4} + 1 = 2 + 1 = 3 \rightarrow x = -1 \text{ sí vale}$$

$$x = -4 \rightarrow \sqrt{1} + 4 = 1 + 4 = 5 \neq 3 \rightarrow x = -4 \text{ no vale}$$

Hay una solución: $x = -1$

$$9) \frac{4x}{x+2} + \frac{x}{x-2} = \frac{14}{3}; \frac{12x(x-2)}{3(x+2)(x-2)} + \frac{3x(x+2)}{3(x+2)(x-2)} = \frac{14(x+2)(x-2)}{3(x+2)(x-2)}$$

$$12x^2 - 24x + 3x^2 + 6x = 14(x^2 - 4); 15x^2 - 18x = 14x^2 - 56; x^2 - 18x + 56 = 0$$

$$x = \frac{18 \pm \sqrt{324 - 224}}{2} = \frac{18 \pm \sqrt{100}}{2} = \frac{18 \pm 10}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 14 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$10) \frac{3}{x} + \frac{2}{x+4} = \frac{11}{6}; \frac{18(x+4)}{6x(x+4)} + \frac{12x}{6x(x+4)} = \frac{11x(x+4)}{6x(x+4)}; 18x + 72 + 12x = 11x^2 + 44x; 0 = 11x^2 + 14x - 72$$

$$x = \frac{-14 \pm \sqrt{196 + 3168}}{22} = \frac{-14 \pm \sqrt{3364}}{22} = \frac{-14 \pm 58}{22} \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{-72}{22} = \frac{-36}{11} \end{cases}$$

$$11) \frac{2}{x-1} + \frac{x-2}{x+1} = \frac{5}{4}; \frac{8(x+1)}{4(x-1)(x+1)} + \frac{4(x-1)(x-2)}{4(x-1)(x+1)} = \frac{5(x-1)(x+1)}{4(x-1)(x+1)}; 8x + 8 + 4(x^2 - 3x + 2) = 5(x^2 - 1)$$

$$8x + 8 + 4x^2 - 12x + 8 = 5x^2 - 5; 0 = x^2 + 4x - 21; x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 84}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{100}}{2} = \frac{-4 \pm 10}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -7 \end{cases}$$

$$12) x + 4 = \sqrt{4x + 12}; (x + 4)^2 = 4x + 12; x^2 + 16 + 8x = 4x + 12; x^2 + 4x + 4 = 0;$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

Comprobación: $x = -2 \rightarrow 2 = \sqrt{4} \rightarrow$ sí es válida

$$30) \frac{3^{x^2-x+1}}{3^{x+1}} = \frac{1}{3} \rightarrow 3^{x^2-x+1-(x+1)} = 3^{-1}; x^2 - x + 1 - x - 1 = -1 \rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0; x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4}}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Hay una única solución: $x = 1$

$$31) \frac{2^1}{2^x} + 2^x - 3 = 0 \Rightarrow \text{Cambio } 2^x = z. \text{ Así, } \frac{2}{z} + z - 3 = 0 \quad 2 + z^2 - 3z = 0 \quad z^2 - 3z + 2 = 0$$

$$z = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} \begin{cases} z = 2 \rightarrow 2^x = 2 \rightarrow x = 1 \\ z = 1 \rightarrow 2^x = 1 \rightarrow x = 0 \end{cases}$$

SISTEMAS DE ECUACIONES

EJERCICIO 10 : Halla la solución de los siguientes sistemas, analítica y gráficamente:

a) $\left. \begin{array}{l} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 3 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 4 \end{array} \right\}$ b) $\left. \begin{array}{l} y - 4x - 2 = 0 \\ y = x^2 + 3x \end{array} \right\}$ c) $\left. \begin{array}{l} y = x^2 - 2x \\ y + x - 6 = 0 \end{array} \right\}$ d) $\left. \begin{array}{l} \frac{x-1}{3} + \frac{y}{2} = 2 \\ 3x + y = 7 \end{array} \right\}$ e) $\left. \begin{array}{l} y = x^2 - 3x \\ y - 2x + 6 = 0 \end{array} \right\}$

Solución:

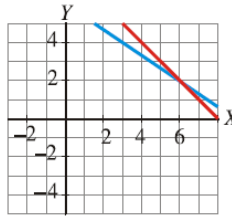
a)

• Resolvemos el sistema analíticamente: $\left. \begin{array}{l} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 3 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 4 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{2x}{6} + \frac{3y}{6} = \frac{18}{6} \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = \frac{8}{2} \end{array} \left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 18 \\ x + y = 8 \end{array} \right\} y = 8 - x$

$2x + 3(8-x) = 18; 2x + 24 - 3x = 18; -x = -6; x = 6 \rightarrow y = 8 - 6 = 2; \text{Solución: } x = 6; y = 2$

• Interpretación gráfica: $\left. \begin{array}{l} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 3 \rightarrow y = \frac{18-2x}{3} = 6 - \frac{2}{3}x = -\frac{2}{3}x + 6 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 4 \rightarrow y = 8 - x \end{array} \right\}$

Estas dos rectas se cortan en el punto (6, 2).

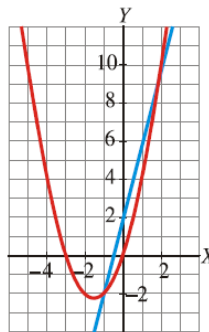


b)

• Lo resolvemos analíticamente: $\left. \begin{array}{l} y - 4x - 2 = 0 \\ y = x^2 + 3x \end{array} \right\} \begin{array}{l} y = 4x + 2 \\ 4x + 2 = x^2 + 3x; 0 = x^2 - x - 2 \end{array}$

$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 2 \rightarrow y = 10 \\ x = -1 \rightarrow y = -2 \end{array} \right\} \text{Solución: } \left. \begin{array}{l} x_1 = 2 \\ y_1 = 10 \end{array} \right\} \text{ y } \left. \begin{array}{l} x_2 = -1 \\ y_2 = -2 \end{array} \right\}$

• Interpretación gráfica: $\left. \begin{array}{l} y = 4x + 2 \\ y = x^2 + 3x \end{array} \right\}$ La recta y la parábola se cortan en los puntos (2, 10) y (-1, -2).

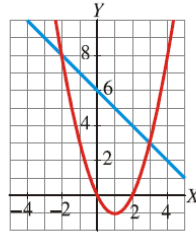


c)

- Resolvemos analíticamente el sistema: $\begin{cases} y = x^2 - 2x \\ y + x - 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x^2 - 2x \\ x^2 - 2x + x - 6 = 0; \quad x^2 - x - 6 = 0 \end{cases}$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2} \rightarrow \begin{cases} x=3 \rightarrow y=3 \\ x=-2 \rightarrow y=8 \end{cases} \quad \text{Solución: } \begin{cases} x_1=3 \\ y_1=3 \end{cases} \text{ y } \begin{cases} x_2=-2 \\ y_2=8 \end{cases}$$

- Interpretación gráfica: $\begin{cases} y = x^2 - 2x \\ y = 6 - x \end{cases}$ La parábola y la recta se cortan en los puntos (3, 3) y (-2, 8).



d)

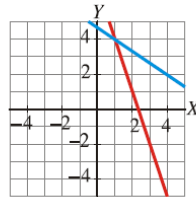
- Resolvemos analíticamente el sistema: $\begin{cases} \frac{x-1}{3} + \frac{y}{2} = 2 \\ 3x + y = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2x-2}{6} + \frac{3y}{6} = \frac{12}{6} \\ 3x + y = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 2 + 3y = 12 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 14 \\ 3x + y = 7 \end{cases} \Rightarrow y = 7 - 3x; \quad 2x + 3(7 - 3x) = 14$$

$$2x + 21 - 9x = 14; \quad 2x - 9x = 14 - 21; \quad -7x = -7; \quad x = 1; \quad y = 7 - 3 \cdot 1 = 7 - 3 = 4$$

$$\text{Solución: } x = 1; \quad y = 4$$

- Interpretación gráfica: $\begin{cases} 2x + 3y = 14 \rightarrow y = \frac{14 - 2x}{3} \\ 3x + y = 7 \rightarrow y = 7 - 3x \end{cases}$ Estas dos rectas se cortan en el punto (1, 4).

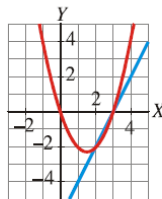


e)

- Lo resolvemos analíticamente: $\begin{cases} y = x^2 - 3x \\ y - 2x + 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x^2 - 3x \\ x^2 - 3x - 2x + 6 = 0; \quad x^2 - 5x + 6 = 0 \end{cases}$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} \rightarrow \begin{cases} x=3 \rightarrow y=0 \\ x=2 \rightarrow y=-2 \end{cases} \quad \text{Solución: } \begin{cases} x_1=3 \\ y_1=0 \end{cases} \text{ y } \begin{cases} x_2=2 \\ y_2=-2 \end{cases}$$

- Interpretación gráfica: $\begin{cases} y = x^2 - 3x \\ y = 2x - 6 \end{cases}$ La parábola y la recta se cortan en los puntos (3, 0) y (2, -2)



4.5 Resuelve las siguientes inecuaciones.

a) $3(2x + 2) > 3(3x + 4)$

c) $1 - 2(x + 5) \geq -3$

e) $x + \frac{1-x}{6} < 2 - \frac{2+x}{2}$

b) $\frac{5x-7}{3} < x + 5$

d) $2x - 5 < 2(x + 1) + x$

f) $3x - \frac{1-2x}{2} \leq 4 + x$

a) $6x + 6 > 9x + 12 \Rightarrow -3x > 6 \Rightarrow x < -2$

b) $5x - 7 < 3x + 15 \Rightarrow 2x < 22 \Rightarrow x < 11$

c) $1 - 2x - 10 \geq -3 \Rightarrow -2x \geq 6 \Rightarrow x \leq -3$

d) $2x - 5 < 2x + 2 + x \Rightarrow -x < 7 \Rightarrow x > -7$

e) $6x + 1 - x < 12 - 6 - 3x \Rightarrow 8x < 5 \Rightarrow x < \frac{5}{8}$

f) $6x - 1 + 2x \leq 8 + 2x \Rightarrow 6x \leq 9 \Rightarrow x \leq \frac{3}{2}$

4.9 Resuelve estos sistemas de inecuaciones.

a) $\begin{cases} x < 2 \\ x \geq 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - 3 < 1 - x \\ 4 - 2x \geq 6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x - 1 \geq 7 - x \\ 1 - x < 1 - 2x \end{cases}$

a) Solución: $[0, 2)$ b) $\begin{cases} 3x < 4 \\ -2x \geq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < \frac{4}{3} \\ x \leq -1 \end{cases} \Rightarrow$ Solución: $(-\infty, -1]$ c) $\begin{cases} 4x \geq 8 \\ x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x < 0 \end{cases} \Rightarrow$ No tiene solución