1º ESPECIAL CONTROL GEOMETRIA 2A Bach C.N.
2ª EVALUACIÓN MATEMÁTICAS II

1.

Decide si las dos rectas se cortan, y en caso de que sea así, calcula el plano que las contiene.

$$r: \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-1} \qquad s: \left.\begin{array}{l} x = 3-2\lambda \\ y = 1+\lambda \\ z = -\lambda \end{array}\right\}$$

$$r: \begin{cases} P(-3, 1, -1) \\ \vec{u} = (2, 2, -1) \end{cases} \qquad s: \begin{cases} Q(3, 1, 0) \\ \vec{v} = (-2, 1, -1) \end{cases} \qquad \vec{PQ} = (6, 0, 1)$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 6 \neq 0 \rightarrow \text{Rango}\begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix} = 2$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -1 \\ 6 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow \text{Rango}\begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -1 \\ 6 & 0 & 1 \end{pmatrix} = 2$$

Las rectas son secantes.

El plano que las contiene es:

$$\pi: \begin{vmatrix} x+3 & y-1 & z+1 \\ 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -x + 4y + 6z - 1 = 0 \rightarrow \pi: x - 4y - 6z + 1 = 0$$

2.

Sea el plano $\pi \equiv \begin{cases} x = 2+t \\ y = s \\ z = 1-2s+2t \end{cases}$ y la recta $r \equiv \dfrac{x}{2} = \dfrac{y+1}{3} = z$

a) Encuentra la posición relativa de los mismos

b) Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto $P(-1, 0, 2)$ es paralela al plano π y es perpendicular a la recta r

2. Pasamos π a implícita

$$\begin{vmatrix} x-2 & y & z-1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 0$$

$$(x-2)\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} - y\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} + (z-1)\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= -2(x-2) + 2y + (z-1) = -2x + 2y + z + 3 = 0$$

$\vec{n}(-2, 2, 1)$

$\vec{v}(2, 3, 1)$

a) $\vec{n} \cdot \vec{v}$ $(-2, 2, 1) \cdot (2, 3, 1) = -4 + 6 + 1 = 3 \neq 0 \Rightarrow$

r y π se cortan

b) $$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -2 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = \vec{i}\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} -2 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} =$$

$$-\vec{i} + 4\vec{j} - 10\vec{k} = (-1, 4, -10)$$

$$r \equiv \begin{cases} x = -1 - t \\ y = 4t \\ z = 2 - 10t \end{cases}$$

3. a) Hállese el valor de a para el que la recta $r \equiv \begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ 2x + y - 5z = 2 \end{cases}$ y el plano

b) $\pi \equiv ax - y + z + 1 = 0$ son paralelos.

b) Para $a = 2$, calcúlese la ecuación del plano que contiene a r y es perpendicular a π,

3. $$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -5 \end{vmatrix} = \vec{i}\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -5 \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -5 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= 3\vec{i} + 9\vec{j} + 3\vec{k} \parallel (1, 3, 1)$$

$\vec{n} = (a, -1, 1)$

$(a, -1, 1) \cdot (1, 3, 1) = a - 3 + 1 = a - 2 = 0 \Longrightarrow$

$a = 2 \Longrightarrow \pi$ y r son paralelos.

b) Sacamos ~~para~~ pto de r.

$z=0 \quad \begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 2 \end{cases} \qquad 1 - y = 1 \quad \boxed{y=0}$

$3x = 3 \Rightarrow \boxed{x=1}$

$P_r = (1, 0, 0)$

$$\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = \vec{i}\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 4\vec{i} + \vec{j} - 7\vec{k}$$

$4x + y - 7z + D = 0 \qquad P(1,0,0)$

$4 + D = 0 \Rightarrow D = -4$

$\boxed{\pi_2 : 4x + y - 7z - 4 = 0}$

4.

EJERCICIO 12 : Considera los puntos P(2, 1, 1) y Q(4, 5, 3).

a) Obtén la ecuación del plano que pasa por el punto medio de $\overrightarrow{PQ}$ y es perpendicular a este.

4. $M = \dfrac{P+Q}{2} = \left(\dfrac{6}{2}, \dfrac{6}{2}, \dfrac{4}{2}\right) = (3, 3, 2)$

$\vec{PQ} \quad (4,5,3) - (2,1,1) = (2,4,2) \parallel (1,2,1)$

$x + 2y + z + D = 0$

$3 + 6 + 2 + D = 0 \qquad D = -11 \Rightarrow \pi : x + 2y + z - 11 = 0$

5.

EJERCICIO 2 : Halla la ecuación del plano que pasa por el punto de intersección de:

$\left.\begin{array}{r} x - 2y + z = 0 \\ 2x - 3z = 5 \\ x + y = 1 \end{array}\right\}$ y es paralelo al plano que contiene a los puntos: A(1, 0, −3), B(2, 1, 4) y C(0, 2, 3)

5. Se soluciona el sistema $A(1,0,-1)$

$\vec{AB} = (2,1,4) - (1,0,-3) = (1,1,7)$

$\vec{BC} = (0,2,3) - (2,1,4) = (-2,1,-1)$

$$\begin{vmatrix} x-1 & y & z+1 \\ 1 & 1 & 7 \\ -2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = (x-1)\begin{vmatrix} 1 & 7 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - y\begin{vmatrix} 1 & 7 \\ -3 & -1 \end{vmatrix} + (z+1)\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= -8(x-1) - 13y + 3(z+1) =$$

$$= \boxed{-8x - 13y + 3z + 11 = 0}$$