APLICACIÓN DE LA DEFINICIÓN AL CÁLCULO DE DERIVADAS.

(A) Cálculo de una función derivada de una función dada.

002	Calcular la función derivada de la función y = 4 - 5x, aplicando la definición. ¿Cuál es la pendiente de la función?	1B 2B

RESOLUCIÓN:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0+\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{4-5(x+\Delta x)-(4-5x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{4-5x-5\Delta x-4+5x}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{-5\Delta x}{\Delta x} = -5$$

y = 4 - 5x → m = - 5 → y' = - 5

NOTA: Como podemos observar, la pendiente de la tangente de la función en cada punto coincide con la derivada de la función en cada punto correspondiente.

006	Dada la función $y = -4x^2 + 2$ (a) Calcular la función derivada de dicha función, aplicando la definición. (b) Calcula el valor de dicha función para x = - 2. (c) Calcula la pendiente de la recta tangente a la función en dicho punto. (d) Calcula la ecuación de la recta tangente a esa función en ese punto.	1B 2B

RESOLUCIÓN:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0+\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{-4(x+\Delta x)^2+2-(-4x^2+2)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{-4(x^2+(\Delta x)^2+2x\Delta x)+2-(-4x^2+2)}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{-4x^2-4\Delta x^2-8x\Delta x+2+4x^2-2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{-4\Delta x^2-8x\Delta x}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta x(-4\Delta x-8x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} -4\Delta x-8x =$$

= - 8x

f'(x) = - 8x

Pendiente m para x = - 2 → m = f'(-2) = - 8·(- 2) = 16

La pendiente de la tangente a la función en x = - 2 es m = 16

Para calcular la ecuación de dicha pendiente, aplicamos la fórmula de la ecuación punto - pendiente:

$$y - y_0 = m\,(x - x_0)$$

$y = -4x^2 + 2 \rightarrow$ Para $x = -2 \rightarrow y = -4\cdot(-2)^2 + 2 = -4 \cdot 4 + 2 = -16 + 2 = -14$

pto (-2, - 14) ; **m = 16**

y - (- 14) = 16 (x + 2) → y + 14 = 16x + 32

y + 14 = 16x + 32 - 14

y = 16x + 18

007	Dada la función $y = -2x^2 + 1$ (a) Calcular la función derivada de dicha función, aplicando la definición. (b) Calcula el valor de dicha función para x = 1. (c) Calcula la pendiente de la recta tangente a la función en dicho punto. (d) Calcula la ecuación de la recta tangente a esa función en ese punto.	1B 2B

RESOLUCIÓN:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{-2(x+\Delta x)^2 + 1 - (-2x^2 + 1)}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{-2(x^2 + (\Delta x)^2 + 2x\Delta x) + 1 - (-2x^2 + 1)}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{-2x^2 - 2\Delta x^2 - 4x\Delta x + 1 + 2x^2 - 1}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{-2\Delta x^2 - 4x\Delta x}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta x(-2\Delta x - 4x)}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} -2\Delta x - 4x =$$

= - 4x

f '(x) = - 4x

Pendiente m para x = 1 → m = f '(1) = - 4·(1) = - 4

La pendiente de la tangente a la función en x = 1 es m = - 4

Para calcular la ecuación de dicha pendiente, aplicamos la fórmula de la ecuación punto - pendiente:

$$y - y_0 = m\,(x - x_0)$$

$y = -2x^2 + 1 \rightarrow$ Para $x = 1 \rightarrow y = -2 \cdot 1^2 + 1 = -2 + 1 = -1$

pto (1, - 1) ; **m = - 4**

y - (- 1) = - 4 (x - 1)

y + 1 = - 4x + 4

y = - 4x + 3